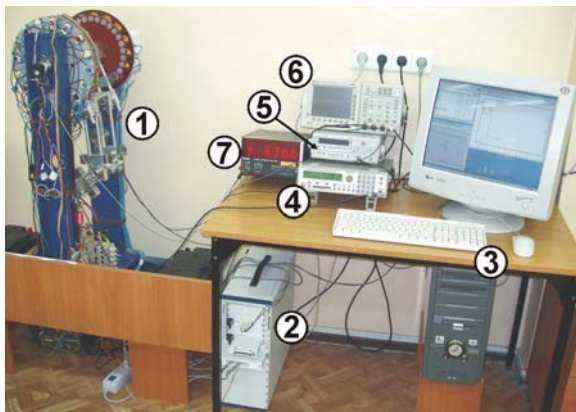


Jan AWREJCWICZ, Grzegorz KUDRA, Grzegorz WASILEWSKI \*

### POTRÓJNE WAHADŁO FIZYCZNE – WYBRANE ASPEKTY EKSPERYMENTALNE I NUMERYCZNE

Niniejsza praca jest kolejną próbą prezentacji zagadnień związanych z konstrukcją i wynikami badań stanowiska doświadczalnego potrójnego wahadła fizycznego. Wahadło jako najprostszy nieliniowy układ mechaniczny jest nieustannie przedmiotem zainteresowania świata nauki. Niedawno wydano nawet monografię [1], będąca dosyć obszernym studium na temat tego szczególnego układu fizycznego. Jednak tak jak pojedyncze czy nawet podwójne wahadło jest szeroko opisywane zarówno w tej monografii, jak i w wielu innych publikacjach na ten temat, tak potrójne wahadło i to w wersji eksperymentalnej, z czujnikami kątowymi umożliwiającymi rejestrację ruchu wszystkich trzech ogniw, gdzie wszystkie ogniwa mogą się wielokrotnie obracać wokół osi, jest konstrukcją unikatową. W pracach [2 - 5], zawierających wyniki analizy numerycznej modelu matematycznego potrójnego wahadła wskazano na bogatą liczbę zjawisk nieliniowych w tego typu układzie: zachowania regularne i nieregularne, bifurkacje, współistniejące rozwiązania okresowe, quasiokresowe, chaotyczne i hiperchaotyczne. W referacie rozszerzono opis dotyczący działania specjalnego silnika wymuszającego ruch wahadła oraz charakterystyki opisującej rozgrzewanie uzwojeń tego silnika, opisano problem identyfikacji parametrów oraz przedstawiono wyniki badań eksperymentalnych i numerycznych w wybranych zakresach częstotliwości wymuszenia pierwszego ogniwa: 130-140mHz (obszar podwojenia okresu), 225-275mHz (bifurkacje atraktorów okresowych), 380-400mHz (współistniejące atraktory okresowe i nieregularne bez obrotów)

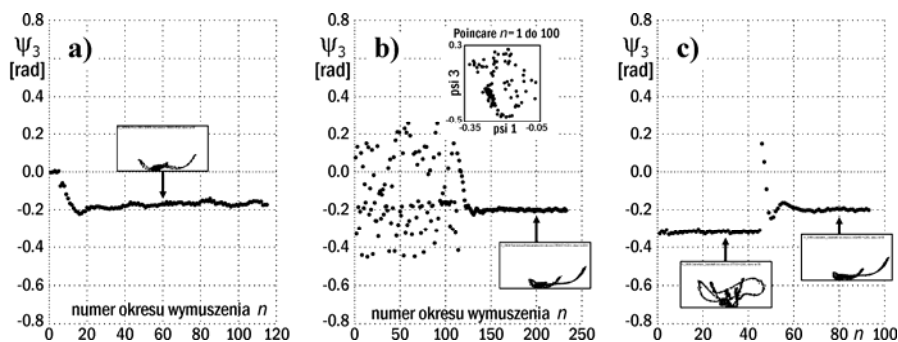
Na rys. 1 pokazano widok całego stanowiska badawczego z oprzyrządowaniem.



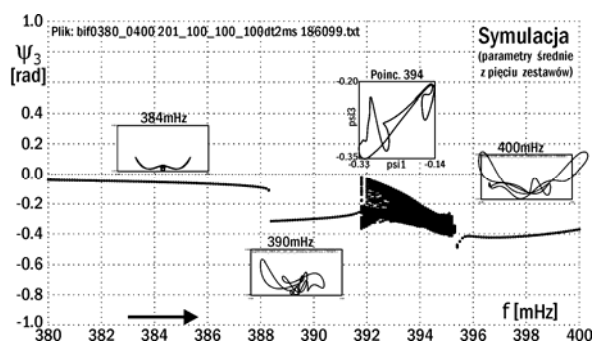
Rys. 1. Stanowisko badawcze potrójnego wahadła wraz z oprzyrządowaniem: 1 – wahadło; 2 – chassis z kartą pomiarową NI; 3 – komputer z oprogramowaniem LabVIEW; 4 – generator częstotliwości  $f$  wymuszenia sygnałem prostokątnym; 5 – licznik okresów wymuszenia; 6 – oscyloskop kontrolny sygnałów pomiarowych; 7 – miernik napięcia zasilania przetworników kąta.

\* Katedra Automatyki i Biomechaniki, Politechnika Łódzka ([www.p.lodz.pl/k16](http://www.p.lodz.pl/k16))

Na rys. 2 pokazano przykładowe wykresy opracowanych danych z eksperymentu we wspomnianym zakresie 380-400mHz, a na rys. 3 przykładowy wykres bifurkacyjny otrzymany z symulacji numerycznej, z widocznymi 2 atraktorami 384 i 390mHz zbliżonymi do eksperymentu. W pracy opisano również zagadnienie identyfikacji i ciągłego poszukiwania parametrów modelu matematycznego wykazującego możliwie najlepszą zgodność eksperymentu z symulacją w szerokim zakresie częstotliwości wymuszeń.



Rys. 2. Experyment: a) wymuszenie  $f=385\text{mHz}$  – atraktor okresowy; b)  $f=390\text{mHz}$  - współistniejący atraktor chaotyczny (bez obrotów) i okresowy; c)  $f=390\text{mHz}$  – drugi atraktor okresowy



Rys. 3. Symulacja: wykres bifurkacyjny 380-400mHz przy wzroście częstotliwości wymuszenia  $f$

- [1] BAKER G. L., BLACKBURN J. A., *The Pendulum. A Case Study in Physics*. Oxford University Press, 2005.
- [2] AWREJCEWICZ J., KUDRA G., *Rodzina współistniejących rozwiązań regularnych i nieregularnych w układzie trzech połączonych wahadeł z uderzeniami*, Materiały z: "70-lecie urodzin i 45-lecie pracy naukowej Prof. dr hab. inż. Józefa Giergiela oraz V Szkoła Analizy Modalnej". Kraków, 12-14 grudnia 2000, 25-34.
- [3] AWREJCEWICZ J., KUDRA G., LAMARQUE C.-H., *Nonlinear dynamics of triple pendulum with impacts*, Journal of Technical Physics, 43(2), 2002, 97-112.
- [4] AWREJCEWICZ J., KUDRA G., LAMARQUE C.-H., *Dynamics investigation of three coupled rods with a horizontal barrier*, Special Issue of Meccanica, 38(6), 2003, 687-698.
- [5] KUDRA G., *Analiza drgań bifurkacyjnych i chaotycznych w układzie potrójnego wahadła fizycznego z uderzeniami*. Rozprawa Doktorska, Politechnika Łódzka, Łódź, 2003.