

JAN AWREJCEWICZ
Institute of Applied Mechanics

ANALYSIS OF SELF-EXCITED VIBRATION IN MECHANICAL
SYSTEM WITH FOUR DEGREES OF FREEDOM

Reviewer: **doc. dr hab. Mirosław Roszkowski**

Received: 1984 10 12

The mechanical system, which has four degrees of freedom, and its vibration caused by nonlinear friction, has been analysed. The coefficient of friction is dependent on both the relative velocity between the moving tape and the mass friction element (which has one degree of freedom) and of the changes of normal force (which is caused by the motion of the other body with three degrees of freedom).

Calculated analysis was made for three groups of parameters using digital simulation of the analog-machine method. Using parameters derived from the experiment stand, the system of differential ordinary nonlinear equations has been solved using an approximate method. The comparison between the experimental research and the two calculating methods has given similar results.

1. INTRODUCTION

The model, with four degrees of freedom used for the analysis, is presented in Fig. 1. The motion of body 1 through the vertical rigidity which connects two bodies causes the changes of normal force pressing

the mass object 2 to the tape. The result of this is a change of frictional force between the tape and the body 2. The frictional force depends not only on the relative velocity of the mass object 2 and the velocity of the tape but on the changes of normal forces which press this mass to the tape. The character of nonlinear dependence is given in Fig. 2. The dependence of friction coefficient μ from relative velocity is presented in Fig. 3. The character of this dependence is approximated by using polynomial as follows

$$\mu(w) = \mu_0 \operatorname{sgn} w - \alpha w + \beta w^3, \quad (1)$$

where: μ_0, α, β - constant coefficients,
 w - the relative velocity.

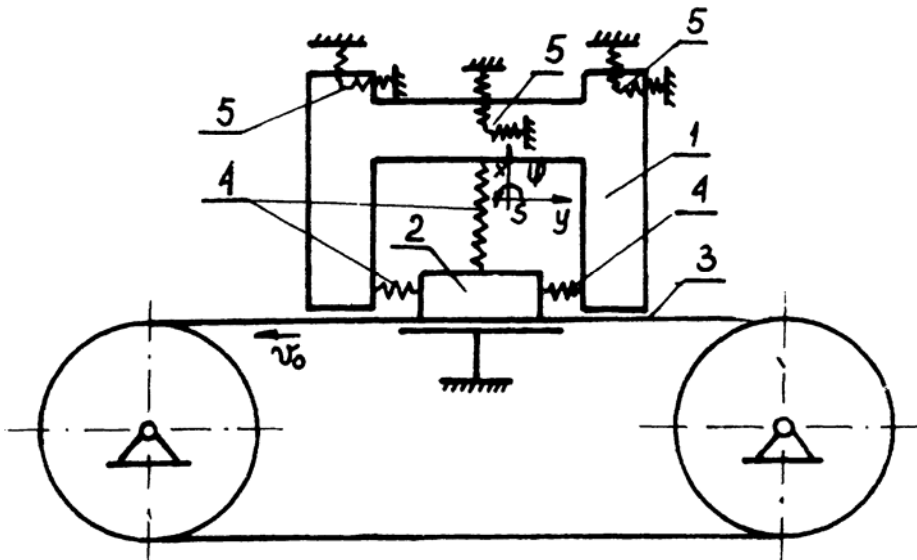


Fig. 1. Scheme of model stand

1 - body with three degrees of freedom, 2 - body with one degree of freedom, 3 - moving tape with velocity v_0 , 4 - rigidities connecting two bodies, 5 - rigidities connecting body 1 with frame

This model which is taken in to consideration contains the characteristic signs of the general model which has been presented in the author's paper [2].

The equation of motion in the general model is as follows

$$M\ddot{q} + Kq = Q(q, \dot{q}), \quad (2)$$

where: M - matrix of mass m_i and moments of inertia I_i ,
 K - matrix of stiffness k_i ,
 $Q(q, \dot{q})$ - nonlinear force,
 q - vector of generalized co-ordinates.

$$J_1 + J_2 \dots + J_N = J, \quad (3)$$

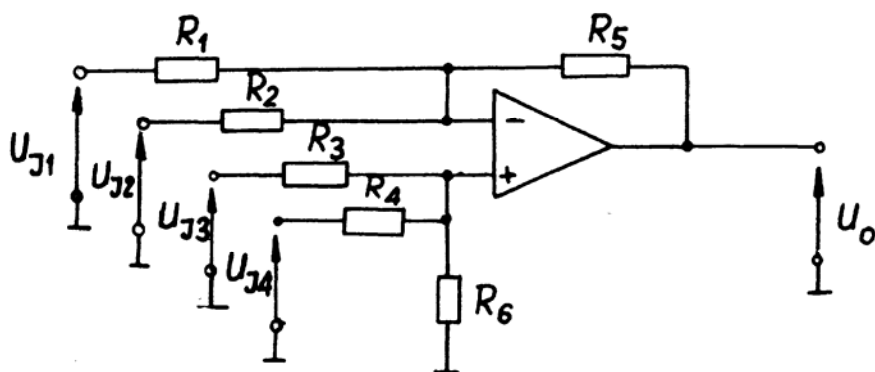
$$\frac{U_{J_1}}{R_1} + \frac{U_{J_2}}{R_2} + \dots + \frac{U_{J_N}}{R_N} = \frac{U_0}{R}, \quad (4)$$

$$U_0 = -R \left(\frac{U_{J_1}}{R_1} + \frac{U_{J_2}}{R_2} + \dots + \frac{U_{J_N}}{R_N} \right). \quad (5)$$

Przy doborze jednakowych wartości oporników $R_1, R_2 \dots R_N, R$, uzyskuje się algebraiczne sumowanie napięć

$$U_0 = - (U_{J_1} + U_{J_2} + \dots + U_{J_N}). \quad (6)$$

W celu jednoczesnego sumowania i odejmowania sygnałów napięciowych można wykorzystać również wejście nieodwracające wzmacniacza (rys. 3).



Rys. 3. Schemat układu dodającego i odejmującego

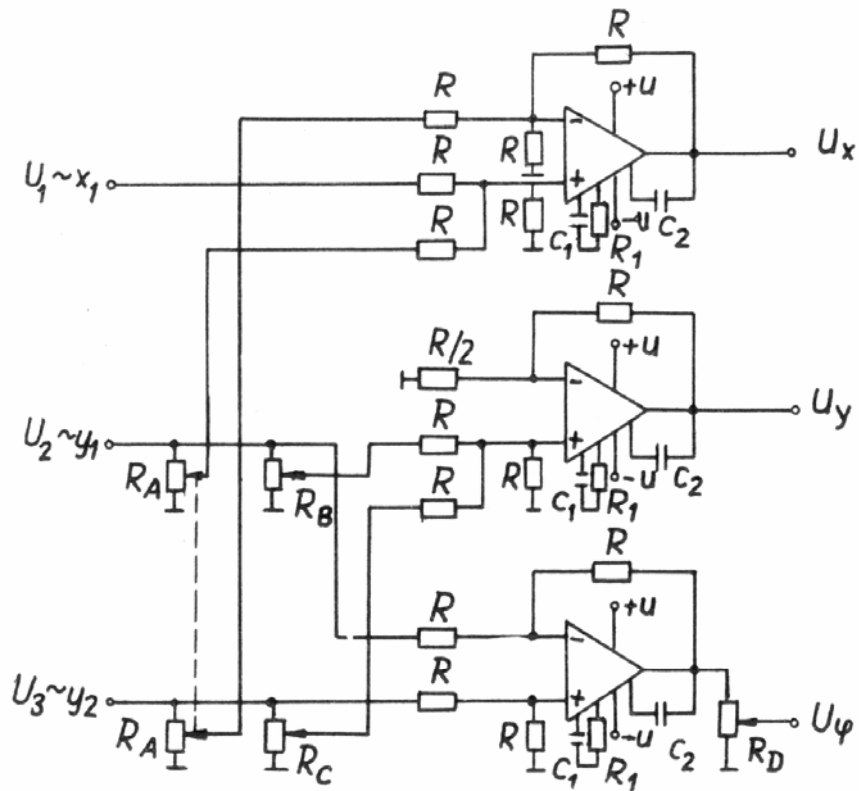
W tym układzie, przy doborze jednakowych oporników $R_1 = R_2$ oraz $R_3 = R_4$, napięcie wyjściowe będzie

$$U_0 = -\frac{R_5}{R_1} (U_{J_1} + U_{J_2}) + \left(1 + \frac{2R_5}{R_1}\right) \left(\frac{R_6}{R_3 + 2R_6}\right) (U_{J_3} + U_{J_4}). \quad (7)$$

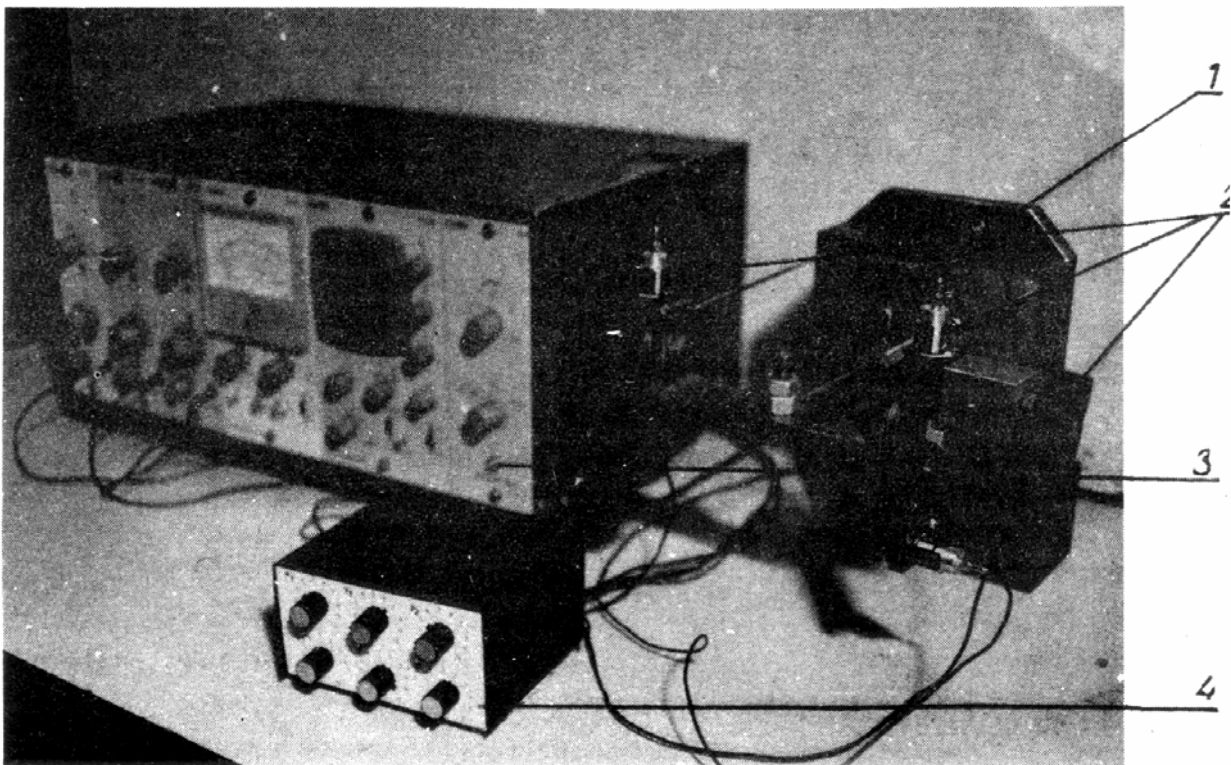
Zakładając ponadto $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6$, napięcie wyjściowe U_0 jest równe

$$U_0 = (U_{J_3} + U_{J_4}) - (U_{J_1} + U_{J_2}). \quad (8)$$

Na rysunku 4 jest przedstawiony układ pozwalający wyznaczyć sygnały x , y i φ . Został on zbudowany na trzech wzmacniaczach operacyjnych typu MAA 502. Ogólny widok układu pomiarowego przedstawia rys. 5.



Rys. 4. Schemat układu przeliczającego



Rys. 5. Układ pomiarowy

1 - bryła sztywna wykonująca ruch płaski, 2 - trzy czujniki piezoelektryczne KD 12, 3 - miernik drgań SM 231, 4 - układ przeliczający sygnały

Do nastawienia współczynników A, B, C i D, występujących w równaniach (2), służą potencjometry R_A (podwójny) oraz R_B , R_C i R_D . Jeżeli napięcia U_1 , U_2 i U_3 są proporcjonalne do sygnałów x_1 , y_1 , y_2 , to napięcia U_x , U_y , U_φ w tym samym stosunku proporcjonalności odwzorowują szukane sygnały x , y , φ .

LITERATURA

- [1] A w r e j s e w i c z J.: Analiza drgań samowzbudnych układów mechanicznych z uwzględnieniem wpływu sprzężeń wywołanych tarciem nieliniowym. Praca doktorska PŁ, Łódź 1981.
- [2] N a d a c h o w s k i M., K u l k a Z.: Analogowe układy scalone. WKiŁ, Warszawa 1979.

АНАЛОГОВАЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ СИСТЕМА
ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ЦЕНТРА МАССЫ
И ВРАЩЕНИЯ ВОКРУГ НЕГО ЖЁСТКОГО ТЕЛА

К р а т к о е с о д е р ж а н и е

В статье представлено строение электрической системы, которая даёт возможность определить движение жёсткого тела через координаты перемещения её центра массы и вращения вокруг него. Сигналы с датчиков колебаний, полученные с трёх произвольно взятых точек жёсткого тела (которого движение плоское) перечислено в электрической системе на сигналы соответственные движению центра массы и вращения вокруг него.

Łódź, Политехнический Институт
Институт Приводной Механики
Кафедра Теории Механизмов и Машин

ANALOG ELECTRIC SYSTEM FOR DETERMINATION
OF THE DISPLACEMENTS OF SOLID IN PLAIN MOTION

S u m m a r y

In the paper a method of determination (example: a flat material system) of the motion of the mass centre of the system and the revolution round it has been presented on the basis of the displacements of the

three optionally chosen points of the solid. The electric system has been built, making the conversion of the displacements of these points to the displacements characterizing motion of the mass centre of the system and the revolution round it possible.

Łódź, Technical University
Institute of Applied Mechanics