

Ruch okresowy ciała z więzami dwustronnymi i uderzeniami

Jan Awrejcewicz

Politechnika Łódzka, Katedra Automatyki i Biomechaniki

Yuriy Pyryev

Politechnika Łódzka, Katedra Automatyki i Biomechaniki

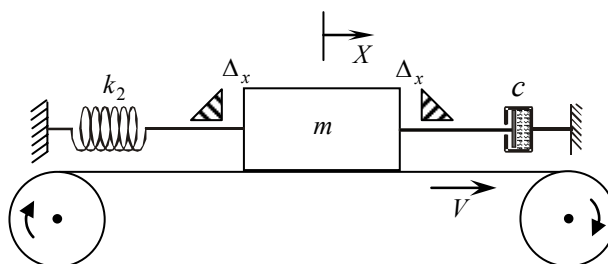
1. WSTĘP

W pracy dokonano analizy ruchu okresowego ciała umieszczonego na pasie poruszającym się ze stałą prędkością i do którego zamocowano sprężynę i tłumik. Ruch ciała jest ograniczony dwiema sztywnymi barierami z zadaniem luzem. Wykazano, że w rozpatrywanym układzie możliwe są cztery rodzaje ruchów okresowych. Zakładając małe nachylenie charakterystyki współczynnika tarcia suchego i wykorzystując metodę małego parametru otrzymano wartości współczynnika restytucji, dla których możliwa jest realizacja wymaganego ruchu okresowego oraz zostały oszacowane okresy drgań. Przeprowadzona analiza numeryczna potwierdziła wyniki analizy teoretycznej. Niektóre ze zjawisk zachodzących w układzie były analizowane na przykład w pracach [1-3].

2. MATEMATYCZNE SFORMUŁOWANIE PROBLEMU

2.1. Równania ruchu układu

Analizie poddano matematyczny model układu drgającego przedstawionego na rys. 1. Na pasie poruszającym się ze stałą prędkością V umieszczono ciało o masie m , do którego zamocowano sprężynę o sztywności k_2 i tłumik o współczynniku oporu lepkiego c . Ruch ciała jest ograniczony dwiema sztywnymi barierami o wymiarze luzu $2\Delta_x$.



Rysunek 1. Schemat analizowanego układu

Równania ruchu układu mają postać

$$m\ddot{X} + c\dot{X} + k_2X = f(V_r)mg, \quad |X(t)| < \Delta_x, \quad \dot{X}(t) \neq V, \quad (1)$$

$$\ddot{X}(t) = 0, \quad |X(t)| < \Delta_x, \quad \dot{X}(t) = V, \quad (2)$$

$$\dot{X}^+ = -k\dot{X}^-, \quad |X(t)| = \Delta_x, \quad \dot{X}^- X > 0, \quad (3)$$

gdzie: $V_r(t) = V - \dot{X}(t)$, k jest współczynnikiem restytucji, \dot{X}^- (\dot{X}^+) oznacza prędkość ciała bezpośrednio przed (po) uderzeniu, a $f(V_r)$ jest współczynnikiem tarcia kinetycznego o postaci

$$f(V_r) = \text{sgn}(V_r)F(|V_r|), F(V_r) = \begin{cases} F_0 - \kappa V_r, & 0 < V_r \leq V_{\min} \\ F_0 - \kappa V_{\min}, & V_{\min} < V_r \end{cases}. \quad (4)$$

gdzie F_0 , κ , V_{\min} są współczynnikami o wartościach stałych. Warunki początkowe są następujące

$$X(0) = X^\circ, \dot{X}(0) = Y^\circ. \quad (5)$$

2.2. Bezwymiarowa postać układu równań

Wprowadzono parametry bezwymiarowe:

$$\tau = \frac{t}{t_*}, \varphi = \frac{X}{\Delta_x}, x = \frac{X^\circ}{\Delta_x}, y = \frac{Y^\circ}{V_*}, \alpha_0 = \frac{f_0}{F_0}, \omega_1 = \frac{V}{V_*} = \frac{1}{\gamma\sqrt{\alpha_0}}, \mu_0 = \frac{1-\alpha_0}{\alpha_0}, \eta_0 = \frac{V-V_{\min}}{V}, \quad (6)$$

$$\varepsilon = \mu_0\gamma\sqrt{\alpha_0} = \frac{\mu_0}{\omega_1}, f_0 = F(V), \gamma = \sqrt{\frac{gF_0\Delta_x}{V^2}}, \omega_0^2 = \frac{k_2 t_*^2}{m}, 2h = \frac{ct_*}{m}, \Psi = \frac{F}{f_0}, \quad (7)$$

gdzie

$$t_* = \sqrt{\frac{\Delta_x}{gf_0}}, V_* = \frac{\Delta_x}{t_*}. \quad (8)$$

W postaci bezwymiarowej równanie dynamiki układu przyjmuje postać

$$\ddot{\varphi}(\tau) + 2h\dot{\varphi}(\tau) + \omega_0^2\varphi(\tau) = \text{sgn}(\omega_1 - \dot{\varphi})\Psi(\dot{\varphi}), |\varphi(\tau)| < 1, \dot{\varphi}(\tau) \neq \omega_1, \quad (9)$$

$$\ddot{\varphi}(\tau) = 0, |\varphi(\tau)| < 1, \dot{\varphi}(\tau) = \omega_1, \quad (10)$$

$$\dot{\varphi}^+ = -k\dot{\varphi}^-, |\varphi| = 1, \dot{\varphi}^- \varphi > 0, \quad (11)$$

przy warunkach początkowych

$$\varphi(0) = x, \dot{\varphi}(0) = y, \quad (12)$$

gdzie

$$\Psi(\dot{\varphi}) = \begin{cases} 1 + \varepsilon\omega_1\eta_0, & \dot{\varphi} < \omega_1\eta_0, \omega_1(2-\eta_0) < \dot{\varphi} \\ 1 + \varepsilon\dot{\varphi}, & \omega_1\eta_0 < \dot{\varphi} < \omega_1 \\ 1 + 2\varepsilon\omega_1 - \varepsilon\dot{\varphi}, & \omega_1 < \dot{\varphi} < \omega_1(2-\eta_0) \end{cases}. \quad (13)$$

3. ANALIZA RUCHU OKRESOWEGO

Wykazano, że w rozpatrywanym układzie możliwe są cztery rodzaje ruchów okresowych:

(i) z jednym uderzeniem i bez zjawiska skończonego czasu styku ciał;

(ii) z jednym uderzeniem i zjawiskiem styku kontaktujących się ciał;

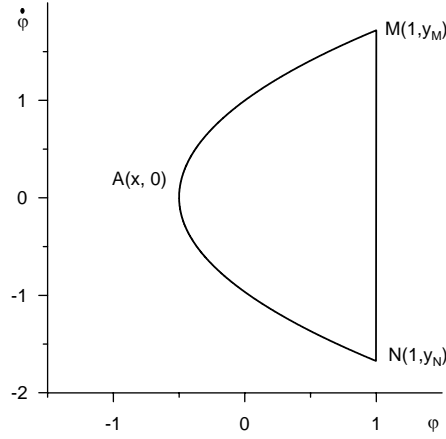
(iii) z dwoma uderzeniami i bez wspomnianego styku;

(iv) z dwoma uderzeniami i ze zjawiskiem styku ciał o skończonym czasie jego trwania.

Zakładamy, że $\varepsilon \ll 1$, $\omega_0^2 \ll 1$, $2h \ll 1$ oraz $\eta_0 \leq -1$. Ostatni warunek oznacza, że układ pracuje w obszarze prędkości ($0 < V < V_{\min}$), gdzie współczynnik tarcia maleje.

3.1. Ruch okresowy z jednym uderzeniem i bez zjawiska skończonego czasu styku ciał

Rozpatrzmy ruch okresowy ciała z jednym uderzeniem i bez zjawiska skończonego czasu styku ciał (przypadek (i), rys. 2). Znajdziemy wartość współczynnika restytucji umożliwiającego powstanie takiego ruchu okresowego (trajektoria fazowa $AMNA$). Współrzędne punktów na rys. 2 są następujące: $A(x,0)$, $x \in (-1,1)$, $M(1, y_M)$, $N(1, y_N)$.



Rysunek 2. Portret fazowy układu z jednym uderzeniem i bez zjawiska skończonego czasu styku ciał

W celu określenia trajektorii fazowej AM musimy rozwiązać następujące zagadnienie Cauchy

$$\ddot{\varphi}(\tau) = 1 + \varepsilon\dot{\varphi}(\tau) - 2h\dot{\varphi}(\tau) - \omega_0^2\varphi(\tau), \quad \varphi(0) = x, \quad \dot{\varphi}(0) = 0, \quad x \in (-1, 1). \quad (14)$$

Rozwiązanie będziemy oznaczać przez $\varphi(\tau) = \varphi_{AM}(\tau, x, 0)$, $\dot{\varphi}(\tau) = \omega_{AM}(\tau, x, 0)$. Trajektorja fazowa osiągnie punkt M o współrzędnych $M(1, y_M)$ w czasie τ_{AM} . W wyniku otrzymujemy następujący układ nieliniowych równań algebraicznych

$$1 = \varphi_{AM}(\tau_{AM}, x, 0), \quad y_M = \omega_{AM}(\tau_{AM}, x, 0), \quad (15)$$

o niewiadomych τ_{AM} i y_M .

Dla małych wartości parametrów ($\varepsilon \ll 1$, $\omega_0^2 \ll 1$ i $2h \ll 1$) i zakładając $\omega_0^2 = \varepsilon\delta$, $2h = \varepsilon\chi$ rozwiązanie zagadnienia Cauchy (14) z dokładnością $o(\varepsilon^2)$ ma postać

$$\varphi_{AM}(\tau, x, 0) = x + 0.5\tau^2 + (1/6)\tau^3(1 - \chi)\varepsilon - (1/24)\tau^2(12x + \tau^2)\delta\varepsilon + o(\varepsilon^2), \quad (16)$$

$$\omega_{AM}(\tau, x, 0) = \tau + 0.5\tau^2(1 - \chi)\varepsilon - (1/6)\tau(6x + \tau^2)\delta\varepsilon + o(\varepsilon^2). \quad (17)$$

Podstawiając (16) i (17) do (15) utrzymujemy następujący układ równań

$$1 = x + 0.5\tau_{AM}^2 + (1/6)\tau_{AM}^3(1 - \chi)\varepsilon - (1/24)\tau_{AM}^2(12x + \tau_{AM}^2)\delta\varepsilon + o(\varepsilon^2), \quad (18)$$

$$y_M = \tau_{AM} + 0.5\tau_{AM}^2(1 - \chi)\varepsilon - (1/6)\tau_{AM}(6x + \tau_{AM}^2)\delta\varepsilon + o(\varepsilon^2). \quad (19)$$

Rozwiązując (18) otrzymujemy

$$\tau_{AM} = \tau_1 - (1/6)\tau_1^2(1 - \chi)\varepsilon - (1/24)\tau_1(5\tau_1^2 - 12)\delta\varepsilon + o(\varepsilon^2), \quad \tau_1 = \sqrt{2(1 - x)}, \quad (20)$$

a po podstawieniu (20) do (19) określamy

$$y_M = \tau_1 + (1/3)\tau_1^2(1 - \chi)\varepsilon + (1/8)\tau_1(\tau_1^2 - 4)\delta\varepsilon + o(\varepsilon^2). \quad (21)$$

Analogiczną postać przyjmą równania służące do wyznaczenia τ_{NA} i y_N :

$$y_N = -\tau_1 + (1/3)\tau_1^2(1 - \chi)\varepsilon + (1/8)\tau_1(4 - \tau_1^2)\delta\varepsilon + o(\varepsilon^2), \quad (22)$$

$$\tau_{NA} = \tau_1 + (1/6)\tau_1^2(1 - \chi)\varepsilon - (1/24)\tau_1(5\tau_1^2 - 12)\delta\varepsilon + o(\varepsilon^2). \quad (23)$$

Z równania $y_N = -k y_M$ wyznaczamy współczynnik restytucji

$$k_{AMNA} = 1 - (2/3)\tau_1(1 - \chi)\varepsilon + o(\varepsilon^2). \quad (24)$$

Sumując czasy τ_{AM} i τ_{NA} otrzymujemy okres ruchu w przypadku z jednym uderzeniem i bez zjawiska skończonego czasu styku ciał, który wynosi

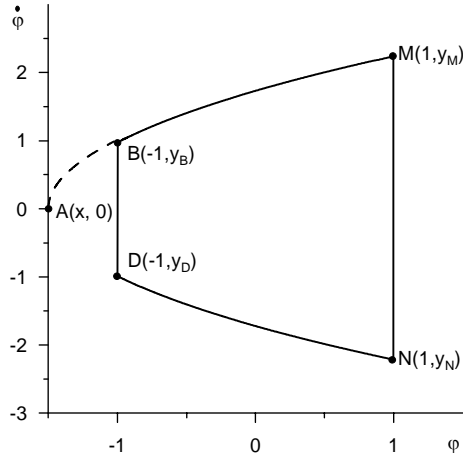
$$\tau_{AMNA} = 2\tau_1 - (1/12)\tau_1(5\tau_1^2 - 12)\delta\varepsilon + o(\varepsilon^2). \quad (25)$$

Zauważmy, że dla pierwszego przypadku współrzędna $y_M < \omega_1$. Równanie (21) prowadzi do nierówności $x_0 < x < 1$, gdzie

$$x_0(\omega_1) = 1 - (1/2)\omega_1^2 + (1/3)\omega_1^3(1 - \chi)\varepsilon + (1/8)\omega_1^2(\omega_1^2 - 4)\delta\varepsilon + o(\varepsilon^2). \quad (26)$$

3.2. Ruch okresowy z dwoma uderzeniami i bez zjawiska skończonego czasu styku ciał

Dla przypadku ruchu okresowego z dwoma uderzeniami i bez styku (rys. 3) również wyznaczono na bazie podobnych rozważań współczynnik restytucji i okres ruchu, które wynoszą



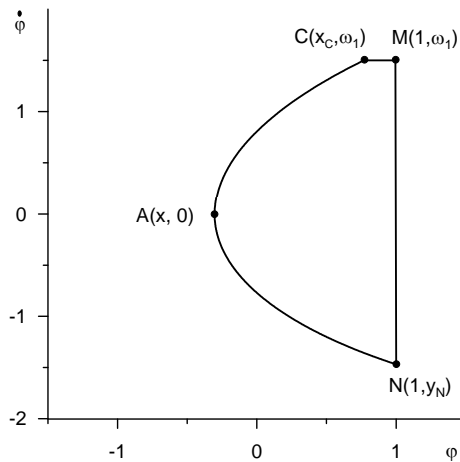
Rysunek 3. Portret fazowy układu z dwoma uderzeniami i bez zjawiska skończonego czasu styku ciał

$$k_{BMNDB} = 1 + \frac{\tau_2^3 - \tau_1^3}{3(2 + \tau_2^2)}(1 - \chi)\varepsilon + o(\varepsilon^2), \quad \tau_2 = \sqrt{-2(1 + x)}, \quad (27)$$

$$\tau_{BMNDB} = 2(\tau_1 - \tau_2) - \frac{4\tau_1\tau_2}{3(2 + \tau_2^2)}(1 - \chi)\varepsilon + \frac{(5\tau_2^2 + 12)\tau_1\tau_2 - (5\tau_2^4 + 28\tau_2^2 + 32)}{12\tau_1}\delta\varepsilon + o(\varepsilon^2). \quad (28)$$

3.3. Ruch okresowy z jednym uderzeniem i zjawiskiem styku kontaktujących się ciał

Dla przypadku ruchu okresowego z jednym uderzeniem i zjawiskiem styku kontaktujących się ciał (rys. 4) wartości współczynnika restytucji i okresu ruchu wynoszą



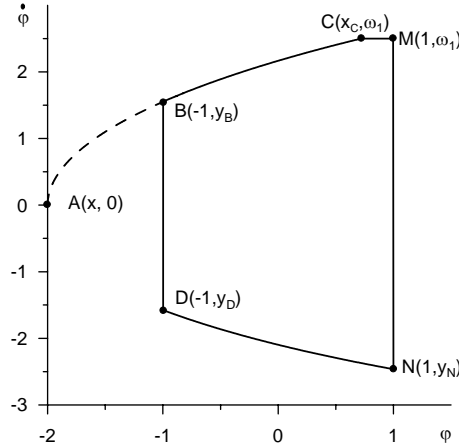
Rysunek 4. Portret fazowy układu z jednym uderzeniem i zjawiskiem styku kontaktujących się ciał

$$k_{ACMNA} = \frac{\tau_1}{\omega_1} - \frac{\tau_1^2}{3\omega_1}(1-\chi)\varepsilon - \frac{\tau_1(4-\tau_1^2)}{8\omega_1}\delta\varepsilon + o(\varepsilon^2), \quad (29)$$

$$\tau_{ACMNA} = \frac{(\tau_1 + \omega_1)^2}{2\omega_1} + \frac{\tau_1^2 - \omega_1^2}{6}(1-\chi)\varepsilon + \frac{(\tau_1 + \omega_1)(12 - 5\tau_1^2 + \omega_1^2 - \omega_1\tau_1)}{24}\delta\varepsilon + o(\varepsilon^2). \quad (30)$$

3.4. Ruch okresowy z dwoma uderzeniami i ze zjawiskiem styku ciał o skończonym czasie jego trwania

Dla przypadku ruchu okresowego z dwoma uderzeniami i ze zjawiskiem styku ciał o skończonym czasie jego trwania (rys. 5) również w podobny sposób określono wyżej wymienione charakterystyki



Rysunek 5. Portret fazowy układu z dwoma uderzeniami i ze zjawiskiem styku ciał o skończonym czasie jego trwania

$$k_{BCMNDDB} = \frac{\tau_0}{\omega_1} + \frac{-16\tau_0^2 + \tau_2^3\omega_1^2(\tau_0 + \omega_1) - \tau_2^2\omega_1^2(4 + \tau_0^2)}{6\omega_1(\tau_2^2\omega_1^2 + 2\tau_0^2)}(1-\chi)\varepsilon + \frac{\tau_2^2\tau_0\omega_1(\tau_2^2 + 4)}{16(\tau_2^2\omega_1^2 + 2\tau_0^2)}\delta\varepsilon + o(\varepsilon^2), \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \tau_{BCMNDDB} &= (\tau_1^2 - 4\tau_2\omega_1 + 2\tau_1\omega_1 + \omega_1^2)/(2\omega_1) + \\ &\quad (1/6)(\tau_2^4 - 8\tau_2\tau_1 - \tau_2^2\omega_1^2 + 6\tau_2^2 - 2\omega_1^2 + 8)(1-\chi)\varepsilon/(2 + \tau_2^2) + \\ &\quad (1/24)(24\tau_2 + 10\tau_2^3 - 8\tau_1 - 12\omega_1 + \omega_1^3 - 5\tau_2^2\tau_1 - 6\tau_2^2\omega_1)\delta\varepsilon + o(\varepsilon^2). \end{aligned} \quad (32)$$

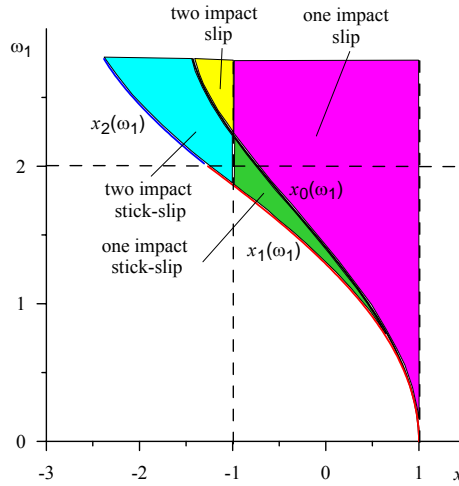
Ograniczenie $k \leq 1$ prowadzi do nierówności $x_2 \leq x \leq x_0$, gdzie

$$x_2(\omega_1) = x_1(\omega_1) + (2/3)(\omega_1^2 - 4)^{3/2}(1-\chi)\varepsilon, \quad \tau_0 = \sqrt{2 + \sqrt{4 + \tau_2^2\omega_1^2}}. \quad (33)$$

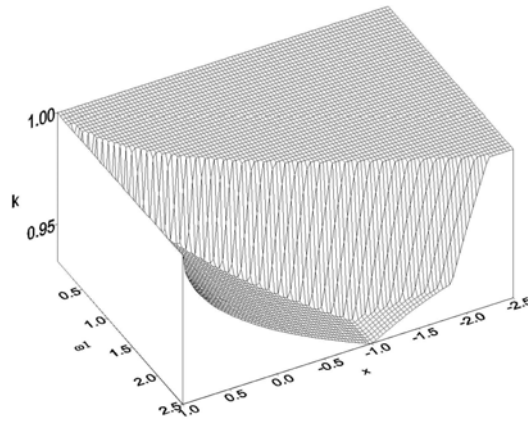
W ogólnym przypadku współczynnik restytucji k ma następującą postać

$$k(x, \omega_1) = \begin{cases} k_{ACMNA}, & 0 < \omega_1 < 2 - (4/3)(1-\chi)\varepsilon, & x_1 < x < x_0 \\ k_{AMNA}, & 0 < \omega_1 < 2 - (4/3)(1-\chi)\varepsilon, & x_0 < x < 1 \\ k_{BCMNDDB}, & 2 - (4/3)(1-\chi)\varepsilon < \omega_1 < 2, & x_1 < x < -1 \\ k_{ACMNA}, & 2 - (4/3)(1-\chi)\varepsilon < \omega_1 < 2, & -1 < x < x_0 \\ k_{AMNA}, & 2 - (4/3)(1-\chi)\varepsilon < \omega_1 < 2, & x_0 < x < 1 \\ k_{BCMNDDB}, & 2 < \omega_1 < 2 + (4/3)(1-\chi)\varepsilon, & x_2 < x < -1 \\ k_{ACMNA}, & 2 < \omega_1 < 2 + (4/3)(1-\chi)\varepsilon, & -1 < x < x_0 \\ k_{AMNA}, & 2 < \omega_1 < 2 + (4/3)(1-\chi)\varepsilon, & x_0 < x < 1 \\ k_{BCMNDDB}, & 2 + (4/3)(1-\chi)\varepsilon < \omega_1 < \infty, & x_2 < x < x_0 \\ k_{BMNDDB}, & 2 + (4/3)(1-\chi)\varepsilon < \omega_1 < \infty, & x_0 < x < -1 \\ k_{AMNA}, & 2 + (4/3)(1-\chi)\varepsilon < \omega_1 < \infty, & -1 < x < 1 \end{cases} \quad (34)$$

Otrzymane wcześniej wyniki zostały przedstawione na rysunkach 6 i 7.



Rysunek 6. Obszary parametrów (x, ω_1) związane z ruchem okresowym układu



Rysunek 7. Wykres zależności współczynnika restytucji $k(x, \omega_1)$ od parametrów z obszaru na rys. 6

Szczegółowa analiza wykazuje, że funkcja $k(x, \omega_1)$ na swoich granicach przyjmuje wartości $k(x_1, \omega_1) = 1$, $0 < \omega_1 < 2$, $k(x_2, \omega_1) = 1$, $2 < \omega_1 < \infty$, $k(1, \omega_1) = 1$, a wewnątrz ma minimum

$$\min_{x \in [x_1, 1]} k(x, \omega_1) = k(x_0, \omega_1) = 1 - (2/3)\omega_1(1 - \chi)\varepsilon, \quad 0 < \omega_1 < 2 + (4/3)(1 - \chi)\varepsilon, \quad (35)$$

$$\min_{x \in [x_2, 1]} k(x, \omega_1) = k(-1, \omega_1) = 1 - (4/3)(1 - \chi)\varepsilon, \quad 2 + (4/3)(1 - \chi)\varepsilon < \omega_1 < \infty. \quad (36)$$

Zapiszemy tą wartość minimalną w postaci

$$k_{\min} = \begin{cases} 1 - (2/3)\omega_1(1 - \chi)\varepsilon, & 0 < \omega_1 < 2 + (4/3)(1 - \chi)\varepsilon \\ 1 - (4/3)(1 - \chi)\varepsilon, & 2 + (4/3)(1 - \chi)\varepsilon < \omega_1 < \infty \end{cases}. \quad (37)$$

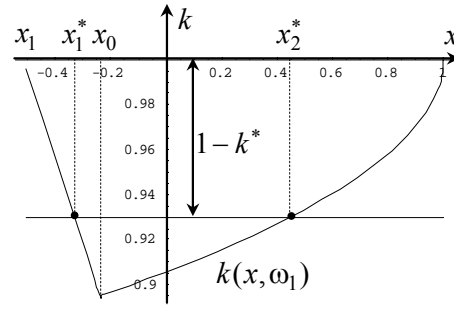
Zauważmy, że dla dowolnego $k^* \in (k_{\min}, 1)$ istnieją dwie wartości x_1^* , x_2^* ($k(x_1^*, \omega_1) = k(x_2^*, \omega_1) = k^*$). Będziemy zakładać, że

$$x_1 < x_1^* < x_0, x_0 < x_2^* < 1 \quad \text{dla} \quad 0 < \omega_1 < 2, \quad (38)$$

$$x_2 < x_1^* < x_0, x_0 < x_2^* < 1 \quad \text{dla} \quad 2 < \omega_1 < 2 + (4/3)(1 - \chi)\varepsilon, \quad (39)$$

$$x_2 < x_1^* < -1, -1 < x_2^* < 1 \quad \text{dla} \quad 2 - (4/3)(1 - \chi)\varepsilon < \omega_1 < \infty. \quad (40)$$

Można łatwo wykazać, że orbita okresowa odpowiadająca x_1^* (opadający obszar funkcji $k(x)$) jest stateczna, a orbita odpowiadająca x_2^* (wzrastający obszar współczynnika $k(x)$) niestateczna.

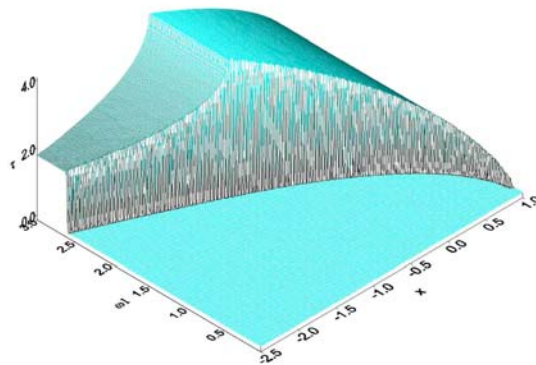


Rysunek 8. Graficzne rozwiązanie równania $k(x, \omega_1) = k^*$

W ogólnym przypadku okres ruchu τ_{period} może być przedstawiony w następującej postaci

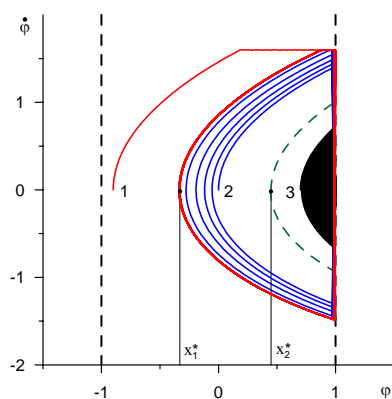
$$\tau_{\text{period}}(x, \omega_1) = \begin{cases} \tau_{ACMNA}, & 0 < \omega_1 < 2 - (4/3)(1 - \chi)\varepsilon, & x_1 < x < x_0 \\ \tau_{AMNA}, & 0 < \omega_1 < 2 - (4/3)(1 - \chi)\varepsilon, & x_0 < x < 1 \\ \tau_{BCMNDDB}, & 2 - (4/3)(1 - \chi)\varepsilon < \omega_1 < 2, & x_1 < x < -1 \\ \tau_{ACMNA}, & 2 - (4/3)(1 - \chi)\varepsilon < \omega_1 < 2, & -1 < x < x_0 \\ \tau_{AMNA}, & 2 - (4/3)(1 - \chi)\varepsilon < \omega_1 < 2, & x_0 < x < 1 \\ \tau_{BCMNDDB}, & 2 < \omega_1 < 2 + (4/3)(1 - \chi)\varepsilon, & x_2 < x < -1 \\ \tau_{ACMNA}, & 2 < \omega_1 < 2 + (4/3)(1 - \chi)\varepsilon, & -1 < x < x_0 \\ \tau_{AMNA}, & 2 < \omega_1 < 2 + (4/3)(1 - \chi)\varepsilon, & x_0 < x < 1 \\ \tau_{BCMNDDB}, & 2 + (4/3)(1 - \chi)\varepsilon < \omega_1 < \infty, & x_2 < x < x_0 \\ \tau_{BMNDB}, & 2 + (4/3)(1 - \chi)\varepsilon < \omega_1 < \infty, & x_0 < x < -1 \\ \tau_{AMNA}, & 2 + (4/3)(1 - \chi)\varepsilon < \omega_1 < \infty, & -1 < x < 1 \end{cases} \quad (41)$$

Wyniki oszacowania okresu ruchu przedstawiono również na rys. 9.



Rysunek 9. Wykres zależności okresu ruchu $\tau_{\text{period}}(x, \omega_1)$ od parametrów z obszaru na rys. 6

W celu potwierdzenia warunków powstania drgań okresowych i weryfikacji oszacowanych okresów na drodze analitycznej przeprowadzono analizę numeryczną. Do obliczeń przyjęto następujące wartości parametrów: $\varepsilon = 0.1$, $\omega_1 = 1.6$, $\delta = 2$, $\omega_0^2 = 0.2$. Wzór (37) daje wartość $k_{\min} = 0.89$. Bierzemy wartość $k^* = 0.93$ ($k^* \in (k_{\min}, 1)$), wtedy układ ma dwie orbity okresowe odpowiadające dwóm wartościom $x_1^* = -0.33$ (orbita stabilna, przypadek (ii)) i $x_2^* = 0.44$ (orbita niestabilna, przypadek (i) - patrz rysunki 8, 4 i 2).



Rysunek 10. Trajektoria fazowa ruchu ciała dla różnych wartości parametru x

Krzywe 1 i 2 dążą do orbity okresowej stabilnej, a krzywa 3 dąży do punktu równowagi $(1,0)$. Krzywa przerywana odpowiada orbicie okresowej niestabilnej (rys. 10), a krzywa 1 - $x = -0.9$ ($0 \leq x < x_1^*$), krzywa 2 - $x = 0$ ($x_1^* < x < x_2^*$), oraz krzywa 3 - $x = 0.7$ ($x_2^* < x \leq 1$).

4. WNIOSKI

W pracy określono strukturę płaszczyzny fazowej układu równań (9)-(11) w oparciu o analityczną metodę przybliżoną. Zakładając małe nachylenie charakterystyki współczynnika tarcia suchego i wykorzystując metodę małego parametru otrzymano wartości współczynnika restytucji przy uderzeniu, dla których możliwy ruch okresowy w analizowanym układzie. Pokazano, że w rozpatrywanym układzie możliwe jest powstanie czterech typów ruchów okresowych, a ponadto analitycznie oszacowano ich okresy. Przeprowadzona analiza numeryczna potwierdza wyniki analizy teoretycznej. Dla dowolnej wartości współczynnika restytucji $k^* \in (k_{\min}, 1)$ na płaszczyźnie fazowej mamy dwie orbity okresowe (stabilną i niestabilną). Zwiększenie parametru k^* od k_{\min} do 1 prowadzi do zwiększenia wymiaru orbity stabilnej i zmniejszenia obszaru zajmowanego przez orbitę niestabilną. Przy $k^* = 1$ niestabilna orbita przechodzi w punkt równowagi $(1,0)$. Zmniejszenie parametru k^* prowadzi do zbliżenia orbit stabilnej i niestabilnej. Przy $k^* = k_{\min}$ z dwóch wymienionych wcześniej orbit powstaje jedna orbita na wpół stabilna, i wartość k_{\min} jest wartością bifurkacyjną. Ponadto, dla wartości $k < k_{\min}$ ruch okresowy w analizowanym układzie nie następuje.

Podziękowania

Pracę wykonano w ramach realizacji projektu badawczego nr 4 TO7C 044 29 finansowanego ze środków na naukę Ministerstwa Edukacji i Nauki w latach 2005-2008.

Bibliografia

- [1] Awrejcewicz J., Lamarque C. –H.: Bifurcation and chaos in nonsmooth mechanical systems. World Scientific, New Jersey, London, Singapore, 2003.
- [2] Awrejcewicz J., Pyryev Yu.: Thermo-elastic contact of a rotating shaft with a rigid bush in conditions of bush wear and stick-slip movements. *International Journal of Engineering Science*, **40**: 1113–1130, 2002.
- [3] Balandin D.V.: Frictional vibrations in a gap. *MTT*, **1**: 54–60, 1993 (w jęz. ros.).

Summary We have studied periodic motion of a one-degree-of-freedom mechanical system lying on a belt moving with constant speed. The system dynamics is bounded by two rigid limiters with a given gap. We have analytically predicted four different types of vibro-impact periodic dynamics of the studied system and also we have estimated their periods. The carried out analytical predictions has been successively verified by numerical simulations.