

## STATECZNOŚĆ UKŁADÓW NAPĘDOWYCH

Jan Awrejcewicz i Mirosław Woźniak

W pracy przy badaniu stateczności posłużono się układami napędowymi z przekładnią obiegową sterowaną. Wykonano obliczenie numeryczne i przebieg zmienności przedstawiono na wykresach:  $k=f(k)$ ,  $k=f(t)$ ,  $w_i=f(t)$ ,  $\eta=f(t)$ , dla różnych wielkości układów napędowych.

Także sprawdzono doświadczalnie przebiegi  $w_i=f(t)$  oraz  $\eta=f(t)$ .

Porównanie wyników obliczeniowych i doświadczalnych na wykresach jest zupełnie zadowalające i okazuje się, że ostatnie dwa sposoby są równie dobre do badania stateczności, a dodatkowo wygodniejsze ze względów praktycznych.

Omówiono różnice w dochodzeniu do stateczności przez układy "lekkie" i "ciężkie".

### 1. Wstęp

W ostatnim czasie obserwuje się coraz większe zapotrzebowanie na niewielkie, trwałe i o wysokiej sprawności układy napędowe. Często urządzenia, które należy napędzać są różnych typów i niekiedy ze sobą współpracują. Doznają one różnych zakłóceń zewnętrznych i to wszystko ma pokonać napęd.

Aby uniknąć osobnych napędów - co podraża koszty, powstaje większe zapotrzebowanie na miejsce i zwiększa ciężar - warto niektóre urządzenia łączyć /zwłaszcza współpracujące/ i napędzać je z jednego źródła, a sterować nimi poprzez napęd korekcyjny.

Jednym z wygodnych sposobów przekazywania mocy jest realizowanie tego procesu przy pomocy przekładni obiegowych, głównie ze względu na ich liczne zalety.

### 2. Równania ruchu układu

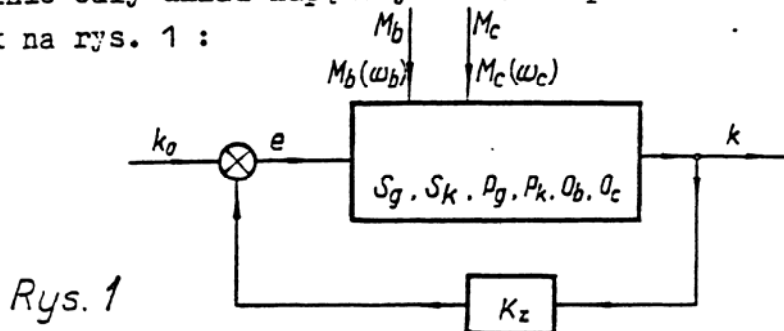
Celem niniejszego opracowania jest analiza układu sterowania rozdziałem mocy w samej przekładni podczas ruchu.

Cały proces powinien przebiegać przy zachowaniu wysokiej sprawności i stateczności układu, w szerokim zakresie zmian prędkości obrotowej wałów wyjściowych.

Rozpatrywano układ napędowy z przekładnią obiegową o  $w_k = 2$  i odbiornikami o charakterystyce  $M_i \neq f_i(\omega_i)$ , które doznają zakłóceń skokowych typu  $Z(t) = Z_0 1(t)$ . Takie odbiorniki jak również zakłócenia przedstawiają najbardziej ogólny wariant zastosowania. W tym przypadku odbiorniki są niezależne od siebie, czyli może zachodzić różny pobór mocy i stąd różne zakłócenia w postaci momentów obciążających. Łączy je tylko wspólny napęd.

W celu sterowania rozdziałem mocy, a tym samym pracą napędu, przyjęto określony iloraz  $k$  ich wartości na wyjściu z przekładni.

Ogólnie cały układ napędowy można w uproszczeniu przedstawić jak na rys. 1 :



Ruch układu został opisany przy pomocy metody energetycznej Lagrange'a, bardzo wygodnej w takich przypadkach.

Energia kinetyczna układu napędowego wynosi:

$$E_k = \sum_{i=1}^{i=n} \left( B_i \frac{\omega_i^2}{2} + \frac{m_i V_i^2}{2} \right) \quad (1)$$

a samo równanie ogólne ma postać:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial E_k}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} = Q_i \quad (2)$$

Ponieważ w tym przypadku jedynym ruchem mechanizmu jest ruch obrotowy, w równaniu (2) pozostaje po lewej stronie tylko pierwszy człon, bo pozostałe przyjmują wartość zero. Zasadnicza postać równań ruchu układu z rys. 1 przedstawia się:

$$\frac{d\omega_a}{dt} = \frac{1}{C_B} (B_C Q_a - B_B Q_k) \quad (3)$$

$$\frac{d\omega_k}{dt} = \frac{1}{C_B} (B_A Q_k - B_B Q_a)$$

gdzie:  $B_i$  - zbiorcze momenty bezwładności elementów układu

-  $C_B$  - współczynnik przeliczeniowy - stały dla danego układu.

Wykorzystując ogólne równanie Willisa odpowiednio przystosowane. t.j.

$$\omega_k = \omega_N i_{KN}^H + \omega_H i_{KH}^N \quad (4)$$

oraz dla ułatwienia obliczeń posługując się przekształceniami Laplace'a, gdzie  $f_i(t) = \mathcal{L}^{-1} [F_i(s)]$

i np.  $Z(t) = Z_0 1(t)$  to  $Z(s) = Z_0 \frac{1}{s}$ , a następnie wracając z równaniami do dziedziny czasu, ogólna postać równań ruchu przyjmie postać:

$$W_i(t) = [W_{b_i}(t)] M_{b_0} m_b + [W_{c_i}(t)] M_{c_0} m_c + [W_{u_i}(t)] U_{k_0} u \quad (5)$$

przy czym:  $W_{ji}$  - wielkość przeliczeniowa -  $W_{ji} = f_{ji}(B_i, i)$

$$m_i = \frac{\Delta M_i}{M_{i_0}} \quad - \text{zakłócenie względne momentem } M_i$$

$$u = \frac{\Delta U}{U_{k_0}} \quad - \text{względna wielkość napięcia sterującego zadawana lub dzięki sprzężeniu zwrotnemu wyznaczana:}$$

$$u(t) = f(k_0, M_{b,c_0}, m_{b,c}, W_{ji}, U_{k_0}) \quad (6)$$

$$\text{gdzie: } \omega_i(t) = \omega_{i_0} [1 + w_i(t)] \quad (7)$$

Natomiast wielkość sterowana  $k$  przybiera wartość:

$$k_0 = \frac{M_{b_0} \cdot \omega_{b_0}}{M_{c_0} \cdot \omega_{c_0}} \quad - \text{w ruchu ustalonym}$$

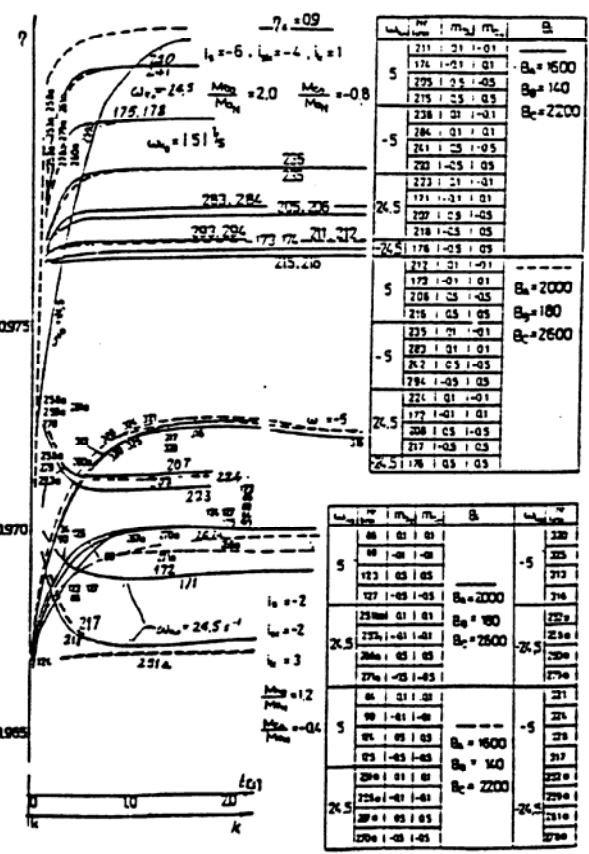
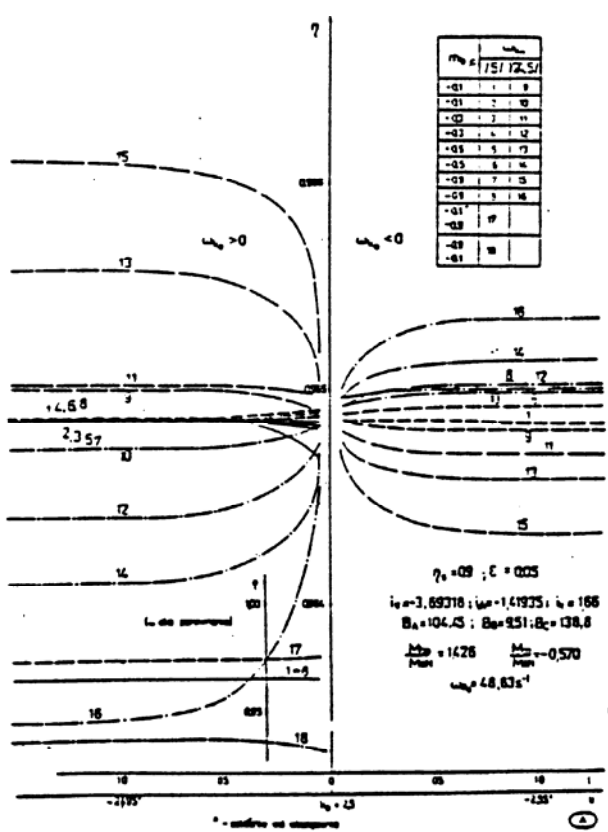
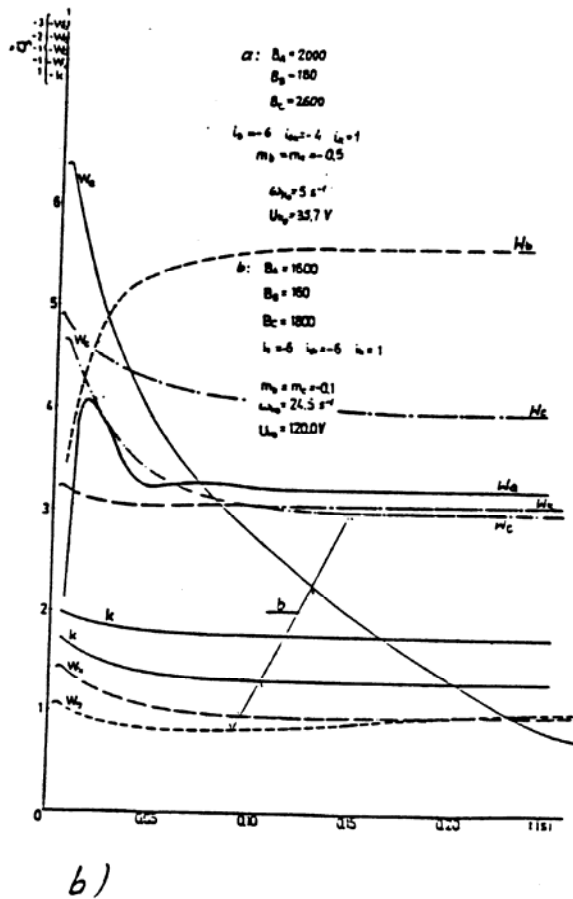
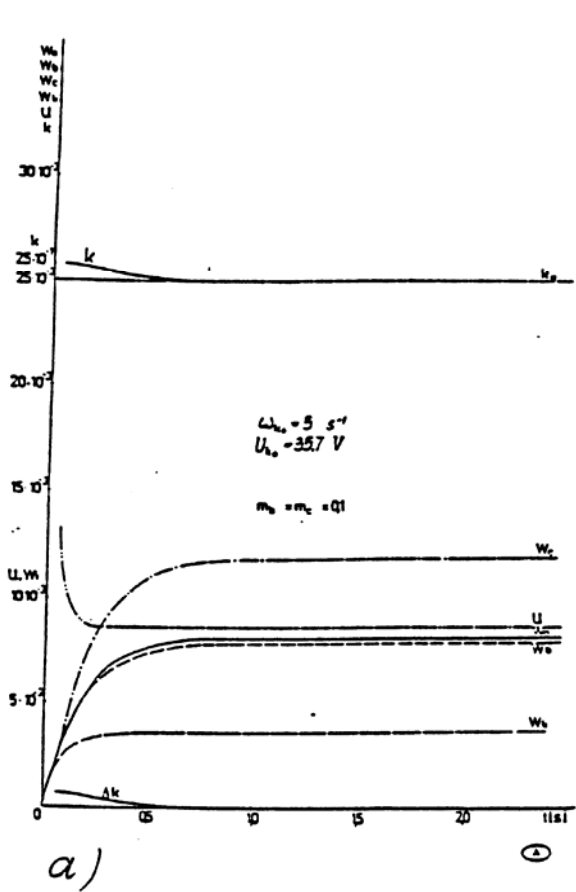
$$k = k_0 \frac{1 + m_b}{1 + m_c} \cdot \frac{1 + W_b(t)}{1 + W_c(t)} \quad - \text{w ruchu przejściowym}$$

Obliczenia numeryczne wykonano dla konkretnego rozwiązania technicznego /wykonanego wcześniej/ na stanowisku badawczym (literka  $\textcircled{A}$ ) oraz dla szeregu innych przypadków napędu - w wielkościach bezwymiarowych.

Stateczność sterowania zbadano przy pomocy płaszczyzny fazowej  $k = k(t)$  oraz przebiegu funkcji  $k = k(t)$  rys. 2 i  $W_i = W_i(t)$  - rys. 3, gdzie również pokazano nierównowagę układu  $\Delta k$  po zaistnieniu zakłócenia, a także przebieg względnego napięcia zasilania potrzebnego do sprowadzenia układu do stanu ustalonego.

Rysunek 3 przedstawia przebieg wielkości dla różnych wartości zakłóceń. Dla kierunku obrotów  $-\omega_k$  wartości  $w_i$  są o jeden rząd wielkości mniejsze. Dla innych wartości prędkości korekcyjnej  $\omega_{k_0}$  charakter przebiegu wielkości jest podobny. Zaznaczone na rys. 3 punkty przy krzywych pochodzą z pomiarów i można stwierdzić zadawalającą zgodność z krzywymi pochodzącymi z obliczeń. Natomiast rys. 4 przedstawia przebiegi sprawności  $\eta = \eta(t)$  po zaistnieniu różnych zakłóceń  $m_i$  oraz różnych prędkości korekcyjnych  $\omega_{k_0}$ .

Na podstawie powyższych wykresów można stwierdzić, że sterowanie układami napędowymi z przekładnią obiegową jest możli-



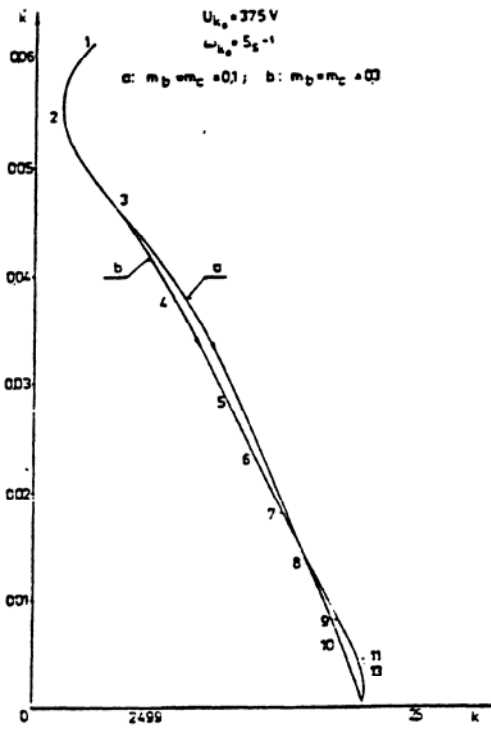
$l_0$	$m_b$	$m_c$	$B$
5	211	21	0.1
	174	-21	0.1
	225	2.5	-0.5
-5	215	2.5	0.5
	238	0.1	-0.1
	284	0.1	0.1
2.5	241	2.5	-0.5
	283	1.25	0.5
	232	2.1	-0.1
-2.5	171	-2.1	0.1
	227	0.5	-0.5
	218	-0.5	0.5
-2.5	178	-0.5	0.5
	212	0.1	-0.1
	172	-0.1	0.1
5	208	0.5	-0.5
	215	0.5	0.5
	235	0.1	-0.1
-5	282	0.1	0.1
	242	0.5	-0.5
	284	-0.5	0.5
2.5	221	0.1	-0.1
	172	-0.1	0.1
	208	0.5	-0.5
-2.5	217	-0.5	0.5
	265	1.78	-0.5
	215	2.10	

$l_0$	$m_b$	$m_c$	$B$	$W_c$
5	88	0.1	0.1	220
	98	-0.1	-0.1	225
	123	0.5	0.5	212
-5	127	-0.5	-0.5	216
	238	0.1	0.1	222
	224	-0.1	-0.1	224
2.5	266	0.5	0.5	220
	276	-0.5	-0.5	224
	28	0.1	0.1	221
-2.5	98	-0.1	-0.1	221
	95	0.5	0.5	220
	95	-0.5	-0.5	217
2.5	230	0.1	0.1	222
	228	-0.1	-0.1	229
	227	0.5	0.5	211
-2.5	226	-0.5	-0.5	220
	226	0.5	0.5	220
	226	-0.5	-0.5	220

c)

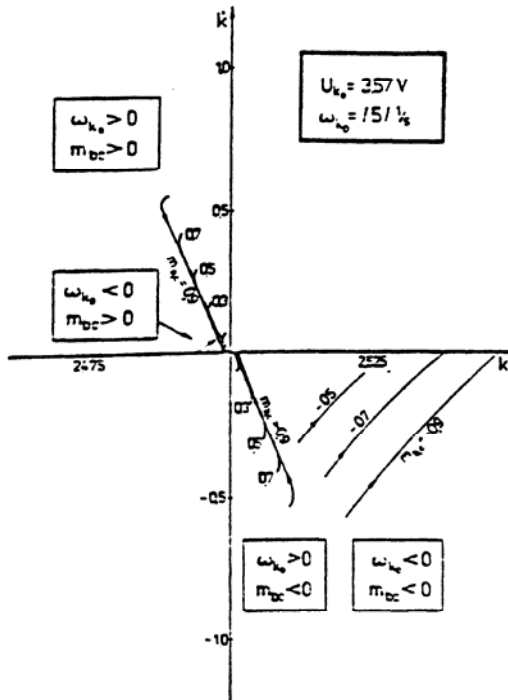
Rys. 2

d)



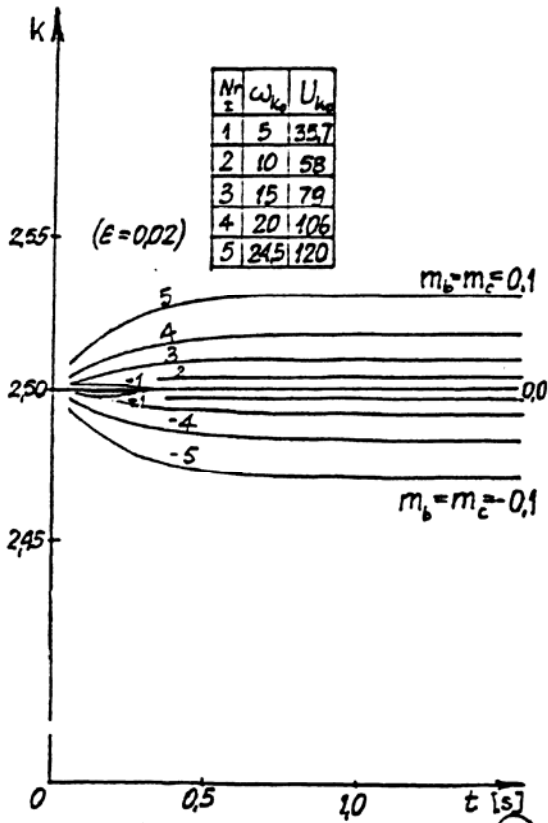
a)

(A)



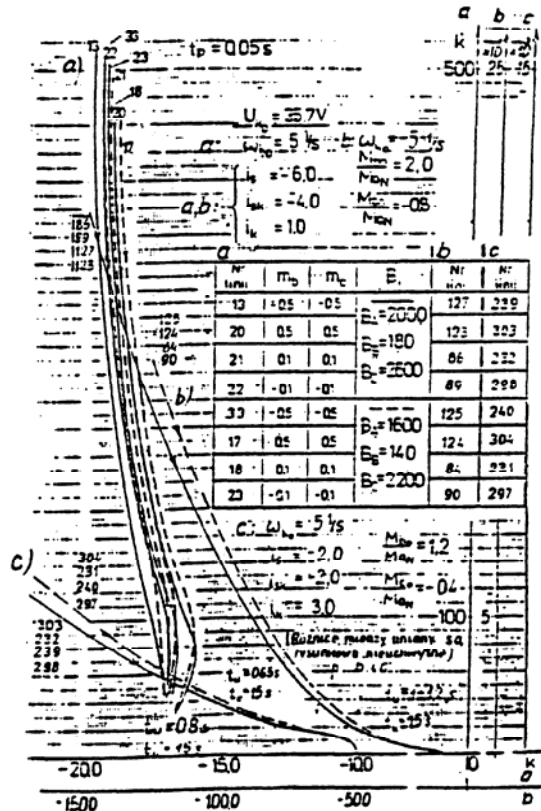
b)

(A)



c)

(A)



d)

Rys.3

we i szybko dochodzą one do stanu ustalonego, po zaistnieniu zakłócenia, a poza tym zachowują one wysoką sprawność. Układy napędowe "lekkie" - z literką (A) i "cięższe" /bez dodatkowego oznaczania/ szybko dochodzą do stanu ustalonego, po zaistnieniu zakłócenia, poza tym wahnięcia wykresu dla typu (A) są mniejsze, ale czas tu nieco dłuższy /co można było przypuszczać/. Ogólnie czas trwania stanu przejściowego w badanych przypadkach mieścił się w granicach 1,3 sek. Stosunek mocy  $k$  praktycznie nie zmienia się. Poza tym można zauważyć, że dla układów "cięższych" jest znaczny wpływ wielkości  $k_0$  dla  $\omega_k$  małych. Wygodniejsze jest jeśli układ doznaje zakłóceń  $m_i \leq 0,3$ , ale możliwe są także większe np.  $m_i = 0,5$ , jednak wtedy zachodzi zwykle potrzeba zainstalowania większych napędów korekcyjnych.

#### Literatura

- 1 Müller H. W. - Die Umlanfetriebe. Springer - Verlag  
Berlin - Heidelberg - New York 1971
- 2 Müller L. - Przekładnie obiegowe. Warszawa, WNT 1987

#### STABILITY OF POWER TRANSMISSION SYSTEMS

Power transmission systems including the controlled planet gear in this research of stability have been used. Numerical computation and the run of variation for different sizes of power transmission systems were given on the charts:  $k=f(k)$ ,  $k=f(t)$ ,  $\omega_i=f(t)$ ,  $\eta=f(t)$ . The runs of  $\omega_i=f(t)$ , and  $\eta=f(t)$ , has been checked experimentally two.

The compariso of computed and experimental results is quite satisfied what certifies, that the last two procedures are good for stability investigations as well good because of practical reasons. Differences in stability investigation by "light" and "heavy" power transmission systems have been disenssed.

#### STABILITÄT DER ANTRIEBSYSTEME

In Untersuchngen der Stabilität wurden die mit gesteuertem Planetengetriebe benutzt.

Nach den numerischen Berechnungen wurde der Verlauf der Änderungen für verschiedenen Antriebsgrößen auf der Diagrammen  $k=f(k)$ ,  $k=f(t)$ ,  $\omega_i=f(t)$ ,  $\eta=f(t)$  dargestellt. Die Verlauf  $\omega_i=f(t)$ , und  $\eta=f(t)$  wurde auch experimentell geprüft.

Der, auf Grand den Diagrammen vorbereiteten Vergleich der berechneten und experimentellen Ergebnisse ist zufriedenstellend. Die letzte zwei Methoden sind sehr für die Untersuchngen der Stabiliten und wegen praktisches Ursachen günstig Gewinnung. Es wurden auch die Unterschiede in Gewinnung der Stabilität durch "leichte" und "Schwere" Antriebsysteme besprochen.

dr habil. inż. Jan Awrejcewicz - Katedra Automatyki i Dynamiki  
Maszyn - Politechnika Łódzka, ul. B.Stefanowskiego 1/15  
mgr inż. Mirosław Woźniak - Instytut Konstrukcji Maszyn -  
Politechnika Łódzka, ul. B.Stefanowskiego 1/15