

WPLYW MASY WAŁU I JEGO PODPARCIA NA STATECZNOŚĆ WIRNIKA OBCIĄŻONEGO NIEZACHOWAWCZĄ SIŁĄ OSIOWĄ

Jan Awrejcewicz, Krzysztof Marynowski.

Streszczenie. Przedmiotem analizy dynamicznej jest ruch dwupodporowego, masowego wirnika z tarczą poddanego działaniu siły wzdłużnej o charakterze śledzącym. W oparciu o zasadę prac wirtualnych wyprowadzono równania ruchu i warunek utraty stateczności. Przedstawiono wyniki obliczeń numerycznych obrazujące wpływ obciążenia na stateczność ruchu wirnika.

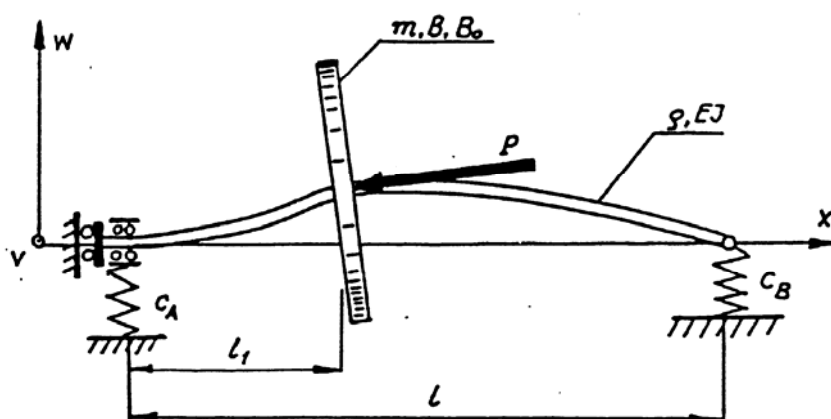
1. Wstęp.

Podczas ruchu maszyn wirnikowych, pojawia się równocześnie szereg obciążeń wirnika wywołanych np. oddziaływaniem czynnika roboczego, niewyważeniem, podatnością łożysk czy zewnętrznym obciążeniem. Ich uwzględnienie jest często niezbędne podczas projektowania takich maszyn ze względu na to, że mogą one w istotny sposób wpłynąć na częstotści własne drgań oraz stateczność ruchu wirnika.

W przypadku obciążeń wzdłużnych, jeśli odkształcenia wirnika są niewielkie, można traktować te siły jako osiowe o stałym kierunku pokrywającym się z nieodkształconą osią łożysk. W przypadku większych odkształceń, należy traktować je jako niezachowawcze siły śledzące styczne do odkształconej osi wału w miejscu osadzenia tarczy wirnikowej.

2. Model matematyczny wirnika.

Przedmiotem rozważań jest masowy wirnik z tarczą podparty podatnie, izotropowo. Przekrój wału wirnika jest kołowy, prędkość kątowna wirnika jest stała. W miejscu osadzenia tarczy przyłożono siłę śledzącą P . Takiemu stanowi obciążenia poddany jest więc odcinek wału pomiędzy tarczą a znajdującym się w lewym końcu wału łożyskiem oporowym (Rys.1).



Rys.1 Model wirnika.

Dynamiczny opis układu dokonano w prawoskrętnym, kartezjańskim układzie współrzędnych $w - v - x$, w którym oś x związana jest z nieodkształconą osią wału w położeniu równowagi statycznej.

Budowę modelu matematycznego oparto o zasadę prac wirtualnych.

$$\delta U_z + \delta U_b = \delta U_s \quad (1)$$

gdzie: δU_z - praca wykonana przez siły zewnętrzne na przemieszczeniach wirtualnych, δU_b - praca wykonana przez siły bezwładności na przemieszczeniach wirtualnych, δU_s - przyrost energii sprężystej zachodzący podczas takich samych przemieszczeń wirtualnych.

W celu skrócenia zapisu wprowadzono współrzędne zespolone $y = w + jv$, $y = w + jv$ oraz wielkości bezwymiarowe $B^* = B/ml^2$, $c^* = cl^3/EJ$, $k = \sqrt{P/EJ} l$, $\omega^* = \omega \sqrt{ml^3/EJ}$, $m^* = m/\rho l$, $\eta = y/l$, $\xi = x/l$.

Pozwoliło to na przedstawienie równania (1) w postaci

$$\eta^{IV} + k^2 \eta'' + m^* \dot{\eta} = 0 \quad (2)$$

$$\tilde{\eta}^{IV} + m^* \ddot{\tilde{\eta}} = 0 \quad (3)$$

oraz

$$\begin{aligned} \eta_{\xi l}'''' - \tilde{\eta}_{\xi l}'''' + \tilde{\eta}_{\xi l}' B^{\ddagger} - j \omega^{\ddagger} B_0^{\ddagger} \tilde{\eta}_{\xi l}' &= 0; & -\eta_{\xi l}'''' + \tilde{\eta}_{\xi l}'''' + m^* \tilde{\eta}_{\xi l}'' &= 0 \\ \eta_0'''' + c_A^{\ddagger} \eta_0'' &= 0; & \tilde{\eta}_1'''' &= 0; & -\tilde{\eta}_1'''' + c_B^{\ddagger} \tilde{\eta}_1'' &= 0; & \eta_0' &= 0 \\ \eta_{\xi l} &= \tilde{\eta}_{\xi l}; & \eta_{\xi l}' &= \tilde{\eta}_{\xi l}' & & & & (4) \end{aligned}$$

Równania (2) i (3) są bezwymiarowymi, jednorodnymi równaniami różniczkowymi linii ugięcia wału wirnika. Równania (4) stanowią dla nich układ ośmiu bezwymiarowych warunków brzegowych oraz warunków ciągłości.

Rozwiązanie równania (2) dla obciążonej części wału ma postać

$$\eta(\xi, \tau) = e^{j\Omega^{\ddagger} \tau} (A_1 e^{j\alpha_1 \xi} + A_2 e^{-j\alpha_1 \xi} + A_3 e^{\alpha_2 \xi} + A_4 e^{-\alpha_2 \xi}) \quad (5)$$

$$\text{gdzie: } \alpha_1 = 0.5 (-k^2 - \sqrt{k^4 + 4 \Omega^{*2}}); \alpha_2 = 0.5 (-k^2 + \sqrt{k^4 + 4 \Omega^{*2}})$$

$$\Omega^{\ddagger} = \Omega \sqrt{m l^3 / EJ}; \tau = t \sqrt{EJ / m l^3}$$

Analogicznie, rozwiązanie równania (3) dla nieobciążonej części wału można przedstawić w postaci

$$\tilde{\eta}(\xi, \tau) = e^{j\Omega^* \tau} (B_1 e^{jw\xi} + B_2 e^{-jw\xi} + B_3 e^{w\xi} + B_4 e^{-w\xi}) \quad (6)$$

$$\text{gdzie: } w = \sqrt{\Omega^*}$$

Różniczkując (5) i (6) a następnie wstawiając do (4) otrzymuje się jednorodny układ ośmiu zespolonych równań liniowych o ośmiu niewiadomych A_1, A_2, A_3, A_4 oraz B_1, B_2, B_3, B_4 w postaci

$$[AB] (A_1, A_2, A_3, A_4, B_1, B_2, B_3, B_4)^T = \{0\} \quad (7)$$

Jednorodny układ równań (7) ma niezerowe rozwiązania wtedy, gdy wyznacznik charakterystyczny układu jest równy zeru

$$\det [AB] = 0 \quad (8)$$

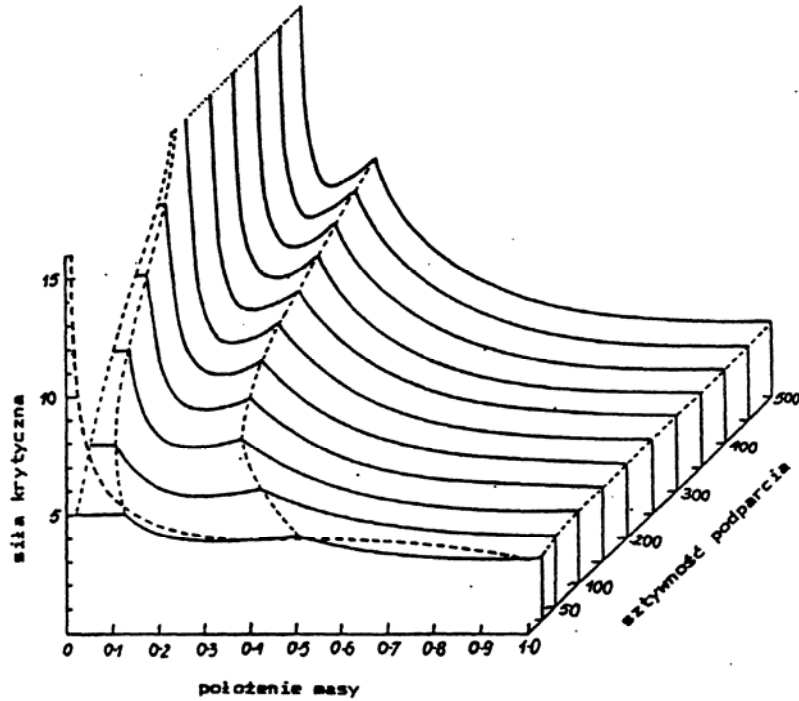
Warunek (8) prowadzi do równania częstości rozpatrywanego układu. Równanie częstości w dalszej części pracy służyło do badania stateczności ruchu wirnika.

5. Wyniki obliczeń numerycznych.

W pierwszym etapie obliczeń numerycznych przeprowadzono badania dynamicznego zachowania się masowego wirnika z umieszczoną na wale masą skupioną. Do badania wpływu masy układu na dynamikę wirnika posłużył parametr bezwymiarowy, przedstawiający stosunek masy skupionej do masy wału. Obliczenia numeryczne częstości własnych drgań poprzecznych wirnika przeprowadzono dla różnych położań masy w przedziale wartości $0 \leq \xi_1 \leq 1$, różnych sztywności podparcia oraz dla

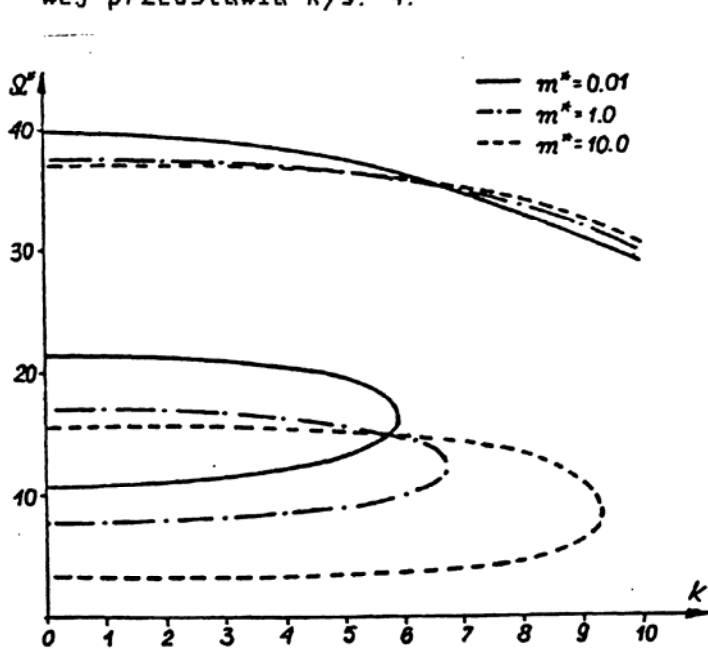
różnych wartości bezwymiarowej masy układu.

Wykres zmian wartości krytycznej siły śledzącej w zależności od położenia masy skupionej i sztywności podpór dla $m^* = 10$ przedstawia Rys. 2.

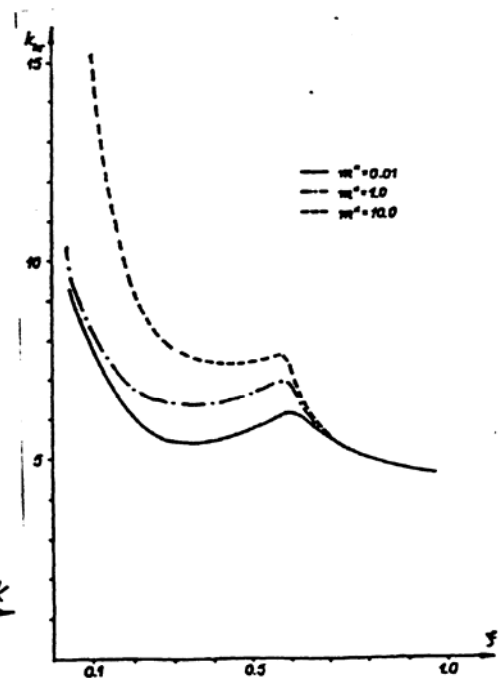


Rys. 2 Krytyczne obciążenie wirnika

Rys.3 przedstawia wykres częstości własnych w funkcji obciążenia wirnika dla położenia masy skupionej $\xi_1 = 0.2$. Wykres zmian wartości siły krytycznej dla różnych wartości masy bezwymiarowej przedstawia Rys. 4.

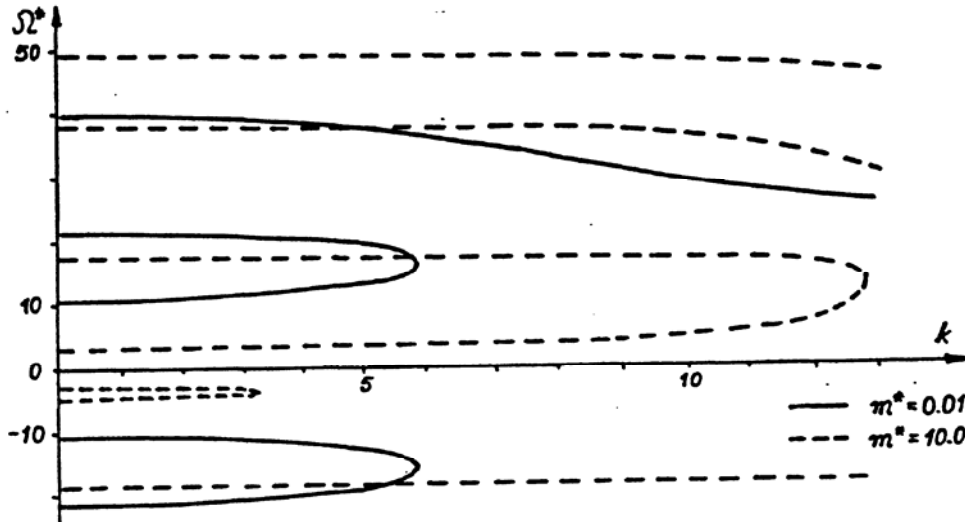


Rys.3 Częstości własne wirnika



Rys.4 Siła krytyczna wirnika

Wyniki obliczeń częstości drgań własnych wirnika z tarczą w funkcji siły śledzącej, dla dwóch wartości bezwymiarowej masy układu $m^* = 0.01$ i $m^* = 10$ dla położenia tarczy $\xi_t = 0.2$ przedstawia Rys.5.



Rys.5 Częstości własne wirnika z tarczą.

4. Wnioski.

Praca zawiera analizę ruchu wirnika z masą skupioną bądź z tarczą, umieszczonego na podatnym podparciu i obciążonego siłą o charakterze niezachowawczym. W oparciu o zasadę prac wirtualnych wyprowadzono różniczkowe równania linii ugięcia wału wirnika oraz warunki brzegowe i warunki ciągłości. Do badania wpływu masy układu posłużył parametr bezwymiarowy przedstawiający stosunek masy tarczy do masy wału.

Na podstawie wyników obliczeń numerycznych wyróżniono dwa obszary położenia masy skupionej na wale różniące się zachowaniem dynamicznym wirnika przy zmianie masy układu. Pierwszy zakres, obejmujący położenia masy w pobliżu łożyska wzdłużnego ($0 < \xi_t \leq 0.6$ dla $c_A^* = c_B^* = 100$), charakteryzuje się podwyższeniem wartości krytycznej siły śledzącej przy wzroście masy skupionej w stosunku do masy wału. Drugi zakres ($0.6 \leq \xi_t < 1$), charakteryzuje się stałością wartości siły krytycznej przy zmianie masy układu. Przy obciążeniu krytycznym wirnika obserwuje się utratę stateczności typu dywergencyjnego.

Umieszczenie tarczy na wale wirnika powoduje, że obserwuje się utratę stateczności ruchu typu flutter. W tym przypadku wpływ masy układu na wartość krytycznej siły śledzącej obserwuje się również tylko w pewnym zakresie położenia tarczy w pobliżu łożyska wzdłużnego.

Wzrost masy tarczy w stosunku do masy wału powoduje w tym zakresie położenia tarczy podwyższenie obciążenia krytycznego, wynikającego z zetknięcia się dwóch pierwszych częstości własnych o precesji prostej, oraz obniżenie siły krytycznej, wynikającej z zetknięcia się dwóch pierwszych częstości własnych o precesji odwrotnej.

4. Literatura.

- [1] Simkinns T.E., Anderson G.L., Stability of Beck's Columns Considering Support Characteristics, Journal of Sound and Vibration, Vol. 39, 1975, str. 359 - 369.
- [2] Kounadis A.N., Stability of Elastically Restrained Timoshenko Cantilevers with Attached Masses Subjected to a Follower Force, Journal Appl. Mech. Trans. ASME 44, 1977, str. 731 - 736.
- [3] Czołczyński K., Marynowski K., On the Natural Frequencies and Stability of a Laval Rotor Subjected to Follower Force, Proceedings of IV-th International Conference on Vibrations in Rotating Machinery, Edynburg 1988, str. 333 - 336.
- [4] Czołczyński K., Marynowski K.P., Instabilities of the Elastically Supported Laval Rotor Subjected to the Longitudinal Force, Journal of Sound and Vibration, 154(2), 1992, str. 281-288.

THE INFLUENCE OF THE SHAFT'S MASS AND SUPPORT ON THE STABILITY OF THE ROTOR SUBJECTED TO THE FOLLOWER FORCE.

Jan Awrejcewicz, Krzysztof Marynowski.

Summary

The effect of the follower force on the natural frequencies and stability of the flexible supported mass rotor motion is presented. The object of numerical calculations was an analysis of individual and coupling affects of various parameters on the stability of the rotor motion.

Dr hab. Jan Awrejcewicz, Dr Krzysztof Marynowski.

Katedra Automatyki i Dynamiki Maszyn Politechniki Łódzkiej.