

**IDENTYFIKACJA ŁOŻYSKA GAZOWEGO NA PODSTAWIE JEGO  
ODPOWIEDZI NA WYMUSZENIE HARMONICZNE**

JAN AWREJCEWICZ, BARBARA BŁAŻEJCZYK, KRZYSZTOF CZOŁCZYŃSKI

*W pracy przedstawiono wyniki identyfikacji poprzecznego, samodiałającego łożyska gazowego. Identyfikację przeprowadzono na podstawie odpowiedzi tego łożyska na harmoniczną siłę przyłożoną do czopa.*

1.WSTĘP

Łożyskowanie gazowe znalazło szerokie zastosowanie w wielu nowych dziedzinach techniki. Przy rozpatrywaniu możliwości zastosowania łożyska wymagana jest często

szczegółowa analiza dynamiczna układu wirującego. Wymaga ona znajomości wartości współczynników sztywności  $K_{ij}$  i tłumienia  $C_{ij}$ . Określenie tych współczynników może odbywać się poprzez identyfikację łożyska gazowego metodą numeryczną. W pracy wykorzystano wyniki eksperymentu numerycznego przy zastosowaniu sygnału wymuszającego harmonicznego  $F(t) = F_1 \sin \Omega t$ .

## 2. MODELOWANIE ŁOŻYSK

W badaniu własności dynamicznych układów mechanicznych na drodze eksperymentu numerycznego konieczne jest konstruowanie ich modeli matematycznych. Podstawą takiego modelu jest równanie Reynoldsa, opisujące rozkład ciśnienia filmu gazowego w szczelinie między czopem i panwią.

## 3. LINIOWY MODEL DYNAMICZNY ŁOŻYSKA GAZOWEGO

Dla małych drgań równania ruchu mają postać układu równań różniczkowych drugiego rzędu (1)

$$\begin{cases} m\ddot{x} + C_{11}\dot{x} + C_{12}\dot{y} + K_{11}x + K_{12}y = F_{1x} \sin \Omega t \\ m\ddot{y} + C_{21}\dot{x} + C_{22}\dot{y} + K_{21}x + K_{22}y = F_{1y} \sin \Omega t \end{cases} \quad (1)$$

gdzie:  $F_{1x} = F_1 \cos \delta$ ,  $F_{1y} = F_1 \sin \delta$  są maksymalnymi wielkościami siły wymuszającej odpowiednio w kierunkach przemieszczeń  $x$ ,  $y$ .  
Odpowiedzi układu na wymuszenie harmoniczne przedstawia zależność (2):

$$\begin{cases} x = A_x \sin(\Omega t - \phi_x) \\ y = A_y \sin(\Omega t - \phi_y) \end{cases} \quad (2)$$

Podstawiając (2), do (1) otrzymano:

$$\begin{bmatrix} -m\Omega^2 + K_{11} & C_{11}\Omega & K_{12} & C_{12}\Omega \\ C_{11}\Omega & m\Omega^2 - K_{11} & C_{12}\Omega & -K_{12} \\ K_{21} & C_{21}\Omega & -m\Omega^2 + K_{22} & C_{22}\Omega \\ C_{21}\Omega & -K_{21} & C_{22}\Omega & m\Omega^2 - K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_x \cos \varphi_x \\ A_x \sin \varphi_x \\ A_y \cos \varphi_y \\ A_y \sin \varphi_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \cos \delta \\ 0 \\ F_1 \sin \delta \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

#### 4. IDENTYFIKACJA, JAKO METODA WYZNACZANIA $K_{ij}$ I $C_{ij}$

W celu identyfikacji łożyska przekształcono równanie (3) do postaci (4),

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 & a_{15} & a_{16} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 & a_{25} & a_{26} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & a_{34} & 0 & 0 & a_{37} & a_{38} \\ 0 & 0 & a_{43} & a_{44} & 0 & 0 & a_{47} & a_{48} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C_{11} \\ C_{12} \\ C_{21} \\ C_{22} \\ K_{11} \\ K_{12} \\ K_{21} \\ K_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \cos \delta + m\Omega^2 A_x \cos \varphi_x \\ -m\Omega^2 A_x \sin \varphi_x \\ F_1 \sin \delta + m\Omega^2 A_y \cos \varphi_y \\ -m\Omega^2 A_y \sin \varphi_y \end{Bmatrix} \quad (4)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} a_{11} &= \Omega A_x \sin \varphi_x & a_{33} &= \Omega A_x \sin \varphi_x \\ a_{12} &= \Omega A_y \sin \varphi_y & a_{34} &= \Omega A_y \sin \varphi_y \\ a_{15} &= A_x \cos \varphi_x & a_{37} &= A_x \cos \varphi_x \\ a_{16} &= A_y \cos \varphi_y & a_{38} &= A_y \cos \varphi_y \\ a_{21} &= \Omega A_x \cos \varphi_x & a_{43} &= \Omega A_x \cos \varphi_x \\ a_{22} &= \Omega A_y \cos \varphi_y & a_{44} &= \Omega A_y \cos \varphi_y \\ a_{25} &= -A_x \sin \varphi_x & a_{47} &= -A_x \sin \varphi_x \\ a_{26} &= -A_y \sin \varphi_y & a_{48} &= -A_y \sin \varphi_y \end{aligned}$$

Przeprowadzając pomiar wielkości  $A_x$ ,  $\varphi_x$ ,  $A_y$ ,  $\varphi_y$  dla dwóch częstości wymuszenia  $\Omega_1$  i  $\Omega_2$  oraz rozwiązując dwa układy (4) równań, określić można wartości współczynników sztywności i tłumienia.

## 5. EKSPERYMENT NUMERYCZNY

Przedmiotem ekperymentu numerycznego był model matematyczny samodiałającego łożyska gazowego opisany w rozdziale drugim o wymiarach: długość  $L = 11 \cdot 10^{-3} \text{m}$ , promień  $r = 5.5 \cdot 10^{-3} \text{m}$ , luz promieniowy  $c = 30 \cdot 10^{-4} \text{m}$ .

Rozpatrzono przypadek łożyska pracującego w powietrzu, o liczbie łożyskowej  $\Lambda = 2.0$ , co odpowiada prędkości kątowej czopa  $\Omega_{cz} = 2 \cdot 273 \text{ rad/s}$ . Masę czopa przyjęto  $m = 20 \text{kg}$ , wartość mimośrodowości względnej  $\epsilon = 0.2$ . Ustalono, że okresy drgań swobodnych wynoszą:  $T_1 = 0.024 \text{s}$ ,  $T_2 = 0.004 \text{s}$ .

Do czopa przyłożono harmoniczną siłę wymuszającą  $F(t) = F_1 \sin \Omega t$  nachyloną do osi  $x$  pod kątem  $\delta = 45^\circ$ . Pobudzono układ łożyska do drgań siłą o następujących parametrach:

- a) amplituda siły  $F_1 = 5 \text{N}$  i okres drgań  $T_1 = 0.024 \text{s}$ ,
- b) amplituda siły  $F_2 = 50 \text{N}$  i okres drgań  $T_2 = 0.004 \text{s}$ .

Analizując przebiegi siły wymuszającej i odpowiedzi układu, potraktowane jako harmoniczne, określono wartości amplitud  $A$  oraz kątów przesunięcia fazowego  $\varphi$ . Przedstawiono je w tabeli 1.

Na podstawie tych danych dokonano identyfikacji łożyska, obliczając wartości współczynników  $K_{1j}$  i  $C_{1j}$ . Obliczenia przeprowadzono według programu, w którym do rozwiązania układów równań (4) wykorzystano metodę eliminacji Gaussa.

TABELA 1

Częstość kątowna $\Omega$ [1/s]	$\Omega_1 = 262$	$\Omega_2 = 1571$
Amplituda wymuszenia $F$ [N]	$F_1 = 5$	$F_2 = 50$
Kąt nachylenia siły wymuszającej $\delta$ [st]	$\delta = 45$	$\delta = 45$
Amplituda odpowiedzi $A$ odpowiednio w kierunkach osi x i y [m]	$A_{x1} = 1.73 \cdot 10^{-4}$ $A_{y1} = 1.94 \cdot 10^{-4}$	$A_{x2} = 2.71 \cdot 10^{-4}$ $A_{y2} = 1.96 \cdot 10^{-4}$
Kąty przesunięcia fazowego odpowiednio w kierunkach osi x i y [st]	$\varphi_{x1} = 258$ $\varphi_{y1} = 350$	$\varphi_{x2} = 101$ $\varphi_{y2} = 86$
Wartości współczynników - sztywności $K_{ij}$ [N/m] - tłumienia $C_{ij}$ [Ns/m]	$C_{11} = 4.9022 \cdot 10^4$ $C_{12} = - 6.0855 \cdot 10^4$ $K_{11} = 1.9340 \cdot 10^7$ $K_{12} = 1.3792 \cdot 10^7$ $C_{21} = 3.9868 \cdot 10^4$ $C_{22} = - 3.9169 \cdot 10^4$ $K_{21} = 1.1515 \cdot 10^7$ $K_{22} = 1.2826 \cdot 10^7$	
Masa krytyczna $m_{kr}$ [kg]	$m_{kr} = 51.6$	

## WNIOSKI:

Niektóre własności dynamiczne samodziłających łożysk gazowych można scharakteryzować poprzez znajomość współczynników sztywności i tłumienia. Zachodzi możliwość identyfikacji łożyska na podstawie badania jego odpowiedzi na

wymuszenie harmoniczne.

Rezultaty identyfikacji na podstawie odpowiedzi łożyska na wymuszenie harmoniczne o częstościach równych częstościom rezonansowym ( $\Omega_1 = 262\text{rd/s}$ ,  $\Omega_2 = 1571\text{rd/s}$ ) są zbliżone do wyników badań otrzymanych wcześniej w Katedrze Automatyki i Dynamiki Maszyn przy wykorzystaniu tzw. metody Duhamel'a.

**IDENTIFICATION OF THE GAS JOURNAL BEARINGS BASED ON THE RESPONSE  
ON THE HARMONIC EXCITATION**

Summary

In the paper the identification of a simple gas journal bearing is presented. Values of stiffness and damping coefficients are calculated from the system of linear equations. A basis for calculations is the dynamic response of the bearing on two harmonic forces acting on the shaft.

**IDENTIFICATION D'UN PALIER A GAZ A LA BASE DE SA REPOSE A L'EXCITATION  
HARMONIQUE**

Resumé

Dans le travail on a présenté les résultats de l'identification d'un palier porteur à gaz. L'identification a basé sur la réponse du palier à la force harmonique appliquée au tourillon.

dr hab. inż. Jan Awrejcewicz

mgr inż. Barbara Błażejczyk

dr inż. Krzysztof Czolczyński

Katedra Automatyki i Dynamiki Maszyn, Politechnika Łódzka  
90-924 Łódź, ul. Stefanowskiego 1/15.