

Jan Awrejcewicz

WRAŻLIWOŚĆ CYKLI GRANICZNYCH NA CZĘSTOŚĆ
I AMPLITUDE WYMUSZENIA ZEWNĘTRZNEGO

Oznaczenia:

- R - masowy moment bezwładności ciała 1
- φ - kąt obrotu ciała 1
- x - przemieszczenie ciała 2
- k_{2z} - sztywność zastępcza dolnych sprężyn
- k_{1z} - sztywność zastępcza górnych sprężyn
- m - masa ciała 1
- M - masa ciała 2
- T - siła tarcia
- μ - współczynnik tarcia
- v_0 - prędkość pasa
- c - współczynnik tłumienia wiskotycznego
- F_0 - amplituda siły wymuszającej
- ω - częstość siły wymuszającej

1. Wprowadzenie

Przedmiotem analizy pracy jest badanie wpływu częstości i amplitudy wymuszenia harmonicznego na zachowanie się dwuczęściowych cykli granicznych. Jako układ modelowy przyjęto układ mechaniczny składający się z dwóch ciał sztywnych /rys. 1/ przy czym jedno ciało leży na podpartym pasie parciowym przesuwającym się z prędkością v_0 , a drugie wykonuje

ruch wahadłowy. Na to drugie ciało oddziałuje wzbudnik elektrodynamiczny, który generuje wymuszenie sinusoidalne, z możliwością zmiany jego amplitudy i częstotliwości. Współczynnik tarcia pomiędzy pasem parciowym, a ciałem, które na nim leży zależy od prędkości względnej trących się ciał w sposób przedstawiony na rys. 6.

Układ taki modeluje zjawisko drgań samowzbudnych obserwowanych w obrabiarkach podczas toczenia.

Przyjmując, że współczynnik tarcia pomiędzy przedmiotem obrabianym a nożem tokarskim maleje ze wzrostem prędkości względnej oraz po uwzględnieniu podatności noża tokarskiego na zginanie i ścinanie i traktując jego końcówkę z ostrzem jako jedno ciało sztywne, a imak nożowy jako drugie ciało sztywne, to otrzymamy układ nieliniowy o dwóch stopniach swobody. Wymuszenie zewnętrzne może pochodzić np. od niewyważenia wirnika w silniku obrabiarki.

W pracy dokonano analizy wpływu częstotliwości i amplitudy wymuszenia zewnętrznego na zerwanie reżimu dwuczęstotliwościowych cykli granicznych i pojawienia się drgań z częstotliwością siły wymuszającej, jak również dokonano analizy wpływu współczynnika tłumienia wiskotycznego pomiędzy ciałem wykończonym ruch wahadłowy, a ostoją na zachowanie się cykli granicznych.

2. Analiza numeryczna

Na podstawie rys. 1 napisane zostały równania ruchu układu modelowego. Działanie wzbudnika zastąpione zostało siłą $F_0 \sin \omega t$ przyłożoną w odległości d_1 od osi obrotu O .

Równania ruchu układu mają postać:

$$B\ddot{\varphi} = -k_{2z}l^2\varphi + k_{2z}lx - \sqrt{k_{1z}b_1^2 + mgo_1}/\varphi - c\dot{\varphi} + F_0d_1\sin\omega t,$$

$$M\ddot{x} = -k_{2z}x + k_{2z}l\varphi + T$$

/1/

Oznaczając:

$$q_1 = b_1\varphi, \quad \dot{q}_1 = b_1\dot{\varphi}, \quad \ddot{q}_1 = b_1\ddot{\varphi},$$

$$q_2 = x, \quad \dot{q}_2 = \dot{x}, \quad \ddot{q}_2 = \ddot{x},$$

oraz przyjmując

$$q_1 = y_1, \quad \dot{q}_1 = y_3,$$

$$q_2 = y_2, \quad \dot{q}_2 = y_4,$$

równania /1/ można przekształcić do standardowej postaci dogodnej do analizy numerycznej

$$\dot{y}_1 = y_3,$$

$$\dot{y}_2 = y_4,$$

$$\dot{y}_3 = \frac{1}{B} [-cy_3 - \sqrt{k_{2z}l^2 + k_{1z}b_1^2} + mgo_1/y_1 + k_{2z}b_1ly_2 - b_1d_1F_0\sin\omega t],$$

$$\dot{y}_4 = \frac{1}{b_1^2M} [b_1^2T + k_{2z}b_1ly_1 - k_{2z}b_1^2y_2],$$

/2/

gdzie: $T = \mu N$, $N = Mg$

Współczynnik tarcia μ opisano zależnością

$$\mu = \text{sign } W / a + b \exp(-c_t W) //,$$

/3/

gdzie $W = v_0 - y_4$ jest prędkością względną.

Parametry a , b i c_t zidentyfikowano na podstawie badań doświadczalnych. Całkowania równań /2/ dokonano numerycznie w oparciu o metodę Rungego-Kutty czwartego rzędu na maszynie cyfrowej Odra 1304.

Dla następujących parametrów liczbowych:

$B = 0,00264 \text{ kgm}^2$, $c = 0,0052 \text{ Nm}^{-1}$, $k_{2B} = 167 \text{ Nm}^{-1}$,
 $l = 0,15 \text{ m}$, $b_1 = 0,06 \text{ m}$, $k_{1B} = 321,5 \text{ Nm}^{-1}$, $mg = 5,88 \text{ N}$,
 $M = 0,386 \text{ kg}$, $c_1 = 0,056 \text{ m}$, $d_1' = 0,12 \text{ m}$, $a = 0,36$, $b = 0,32$
 $v_0 = 0,21 \text{ ms}^{-1}$, $c_t = 5,663 \text{ sm}^{-1}$ oraz po przyjęciu warunków
początkowych $q_1/0/ = 0,01 \text{ m}$, $\dot{q}_1/0/ = 0$, $q_2/0/ = 0,01 \text{ m}$,
 $\dot{q}_2/0/ = 0$ dokonano analizy numerycznej.

Dla ustalonej wartości częstości wymuszenia harmonicznego ω zwiększono wartości amplitud wymuszenia aż do zerwania reżimu cykli granicznych i pojawienia się reżimu jednoczęściowego o częstości wymuszenia. Wartości amplitud, przy których pojawił się reżim jednoczęściowy przedstawia rys. 2, przy czym jego lewą gałąź należy tak interpretować, iż przy nieskończonej dużej amplitudzie F_0 pojawia się reżim jednoczęściowy lub inaczej, że dla niskich częstości nie da się zaobserwować reżimów jednoczęściowych. Wybrano kilka przykładowych przebiegów odpowiedzi układu dla $\omega = 30 \text{ rad/s}$ i amplitud wymuszenia $F_0 = 0,1 \text{ N}$, 1N , 5N , 10N i przedstawiono je na rys. 3. Natomiast przykłady wpływu współczynnika tłumienia wiskotycznego na zachowanie się cykli granicznych przedstawia rys. 4.

3. Badania eksperymentalne

W celu doświadczalnej weryfikacji przyjętego modelu zbudowano stoisko doświadczalne, które przedstawia rys. 5. Ponieważ współczynnik tarcia μ zmienia się wraz z prędkością względną w , to zależność $\mu(w)$ wykreślono na podstawie pomiarów

siły S w sprężynie, do której jest przynocowana masa M spoczywająca na pasie parciałym /rys. 6/. Zależność $\lambda(\omega)$ daje się przybliżyć funkcją o postaci /3/, gdzie $a = 0,36$, $b = 0,32$, $c_t = 5,663$ s/m. Dokonano również identyfikacji pozostałych parametrów. Wynoszą one: $B = 0,003$ kgm^2 /s uwzględnieniem masy ruchomej części wzбудnika/. Współczynnik tłumienia wiskotycznego w przegubie O wyznaczono na podstawie rejestracji drgań swobodnych wahadła i wynosi on $c = 0,0052$ Nm^{-1} . Wartość sztywności zastępczej dolnych sprężyn /s uwzględnieniem sztywności wzбудnika/ wynosi $k_{2s} = 770$ Nm^{-1} . Pozostałe dane: $k_{1s} = 321,5$ Nm^{-1} , $m_g = 5,98\text{N}$ /s uwzględnieniem masy wzбудnika/, $b_1 = 0,06$ m, $c_1 = 0,056$ m, $l = 0,15$ m, $M = 0,386$ kg, $d_1 = 0,12$ m, $v_0 = 0,21$ ms^{-1} . Schemat blokowy układu pomiarowego przedstawiono na rys. 7.

Przykładowe porównanie wyników obliczeń numerycznych z rezultatami badań doświadczalnych dla $F_0 = 1\text{N}$ i $\omega = 30$ s^{-1} przedstawiono na rys. 8.

4. Podsumowanie

Na podstawie analizy numerycznej w pracy zbudowano wykres zależności minimalnej amplitudy wymuszenia zewnętrznego, przy której w układzie nieliniowym o dwóch stopniach swobody obserwowalny był reżim jednoczęstotliwościowy z częstotliwością siły wymuszającej. Okazuje się, że dla częstotliwości wymuszenia mniejszych od pierwszej częstotliwości drgań własnych układu i dużo większych od drugiej częstotliwości drgań własnych układu cykle graniczne posiadają mocną "stateczność" /przejście do reżi-

mu jednoczęstotliwościowego w pierwszym przypadku nie było w ogóle obserwowalne, natomiast w drugim występowało przy bardzo dużej amplitudzie siły wymuszającej. Przy badaniu wpływu tłumienia na zachowanie cykli granicznych podobnie jak i przy analizie wpływu F_0 i ω na cykle graniczne można łatwo na przebiegach q_1/t i q_2/t odszukać częstości bliskie częstościom drgań własnych układu oraz częstość wymuszenia. Ze wzrostem współczynnika tłumienia do wartości $c = 0,1 \text{ Ns/m}$ widać, że układ dąży do reżimu jednoczęstotliwościowego o częstości $\omega = 30 \text{ s}^{-1}$ przy czym ze wzrostem tłumienia drgania q_1 i q_2 maleją. Natomiast przy dalszym waroście tłumienia $c = 1 \text{ Ns/m}$ znowu pojawiają się cykle graniczne, przy czym drgania q_2 nieoczekiwanie wzrosły w stosunku do drgań q_1 dla $c = 0,1 \text{ Ns/m}$ i posiadają częstość bliską połowie różnicy dwóch częstości drgań własnych układu. Doświadczenie potwierdziło analizę teoretyczną.

Literatura

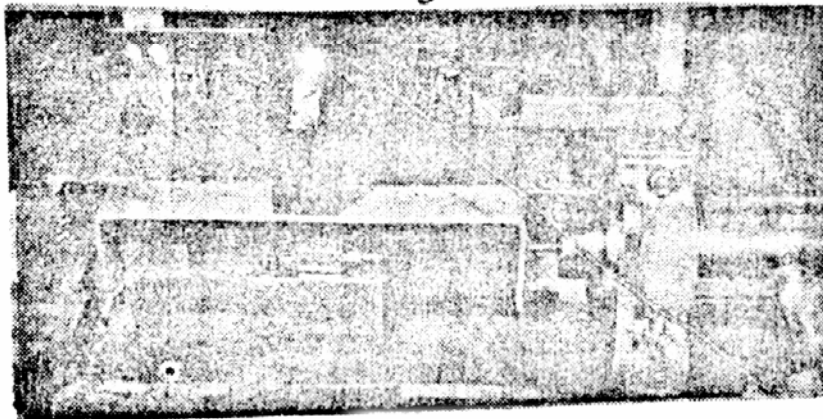
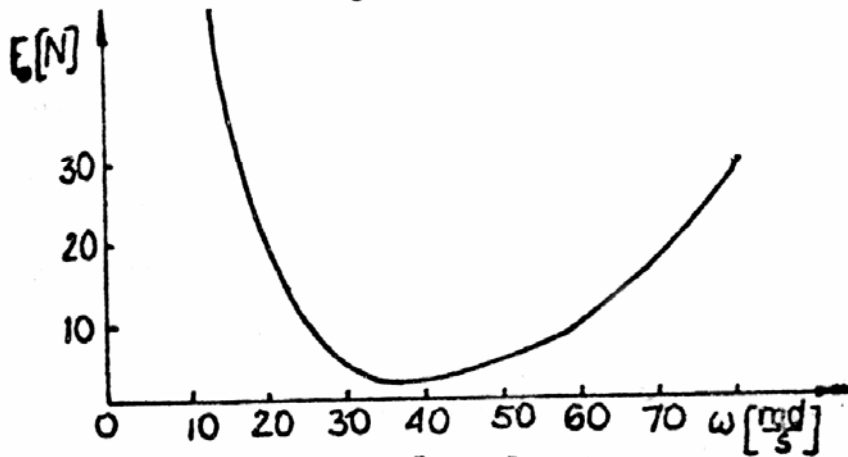
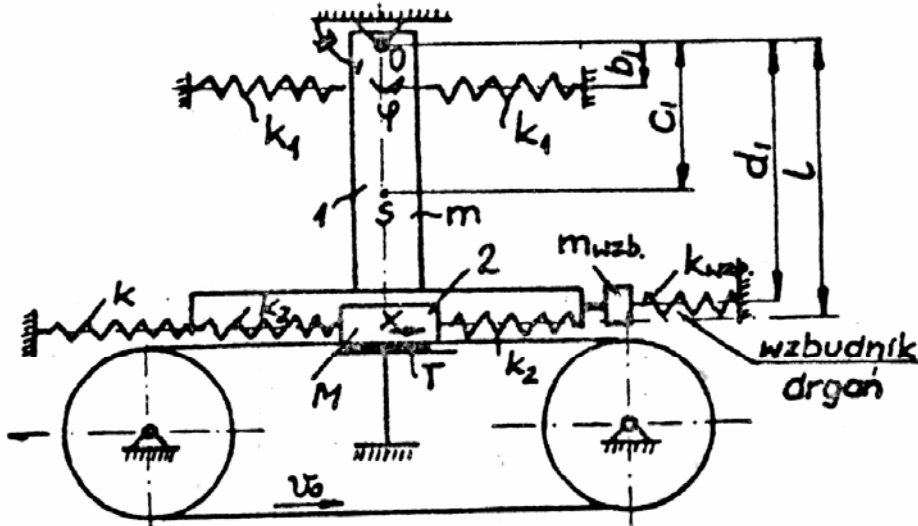
1. Awrejcewicz J., Kroćkiewski J.: Analiza drgań samowzbudnych wywołanych tarcieciem nieliniowym w układzie o dwóch stopniach swobody, Zeszyty Naukowe PŁ, z. 67, 1984.

Summary

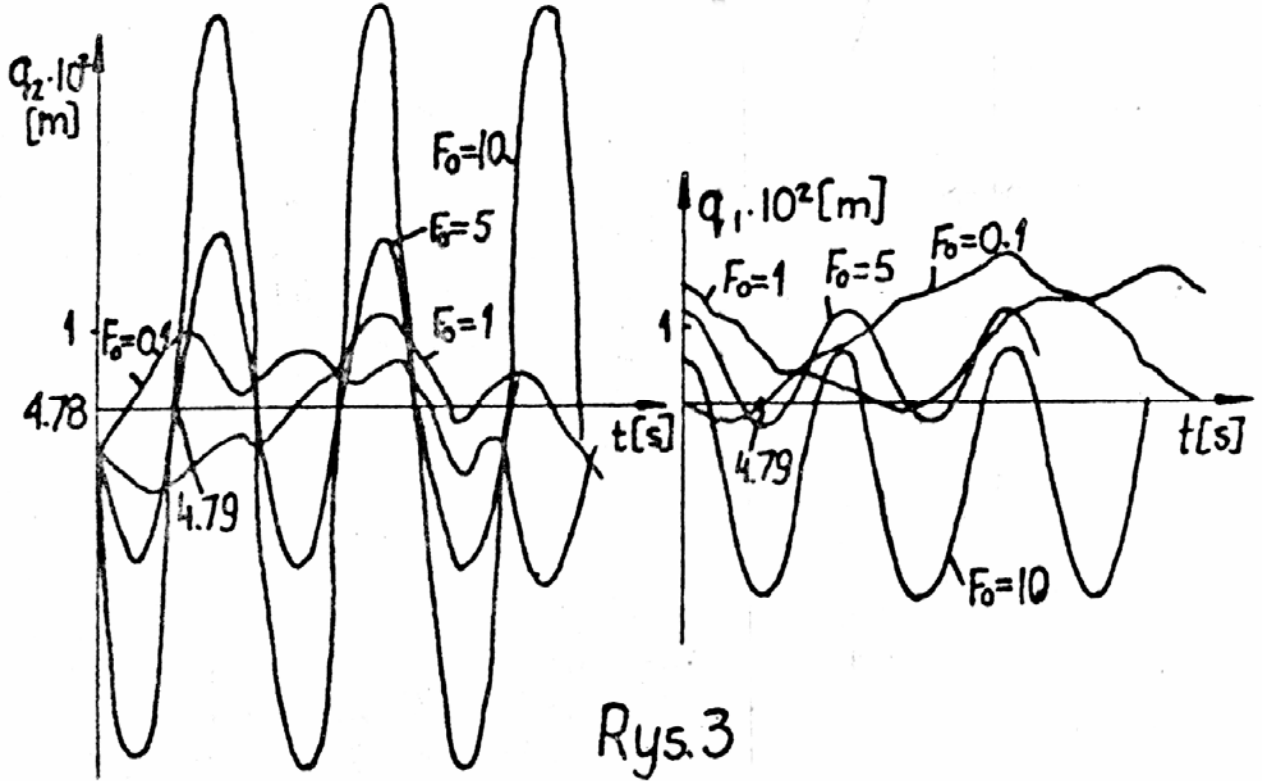
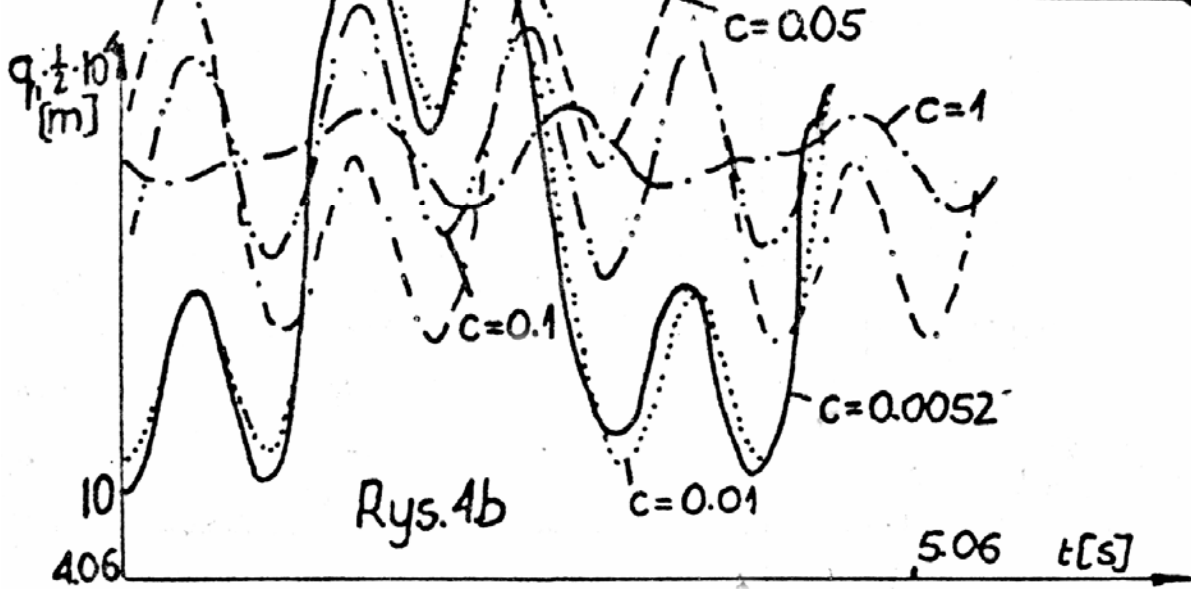
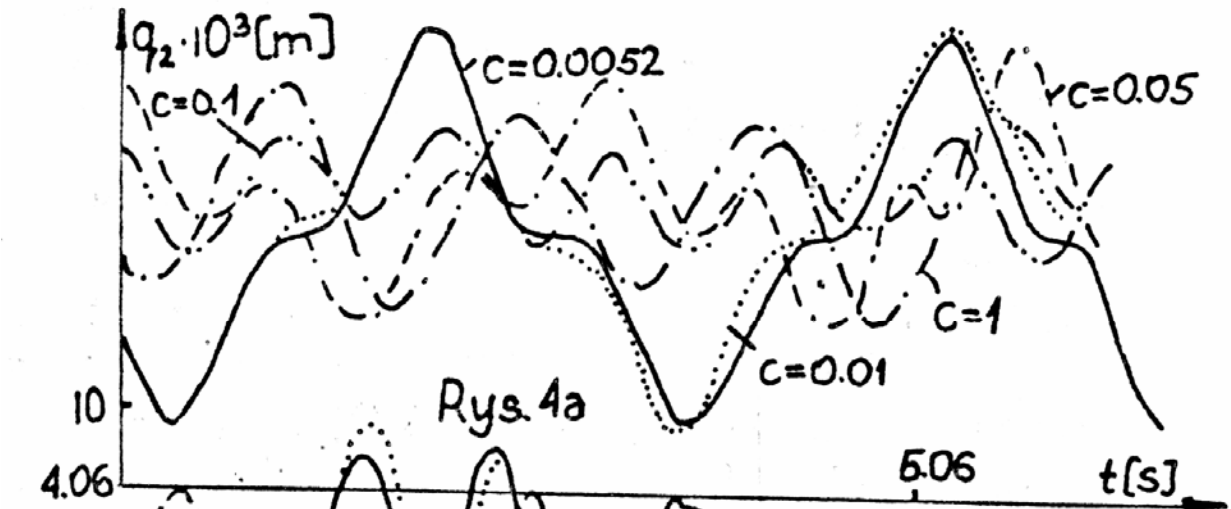
The Influence of the External Exciting Force on the Stability of the Limit Cycles

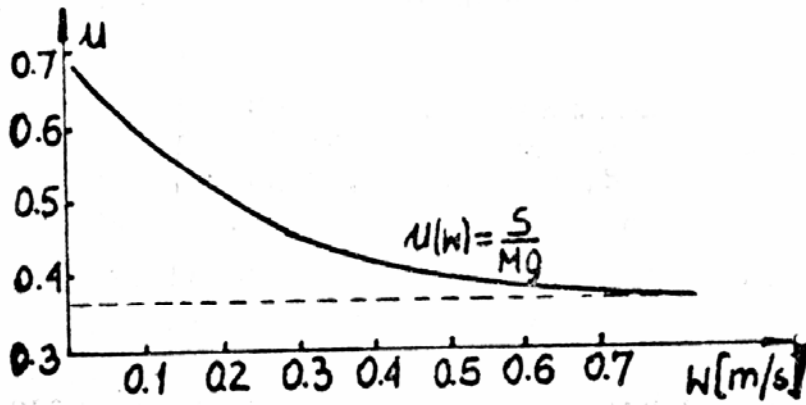
In the paper the vibrations of the system with two degrees of freedom caused by the non-linear friction is examined theoretically and experimentally. During the numerical analy-

sis the minimal values of amplitudes of the external force acting on the system are found at which the system starts to vibrate only with the frequency of the exciting force. The analysis of the influence of damping on the behaviour of the limit cycles is investigated.

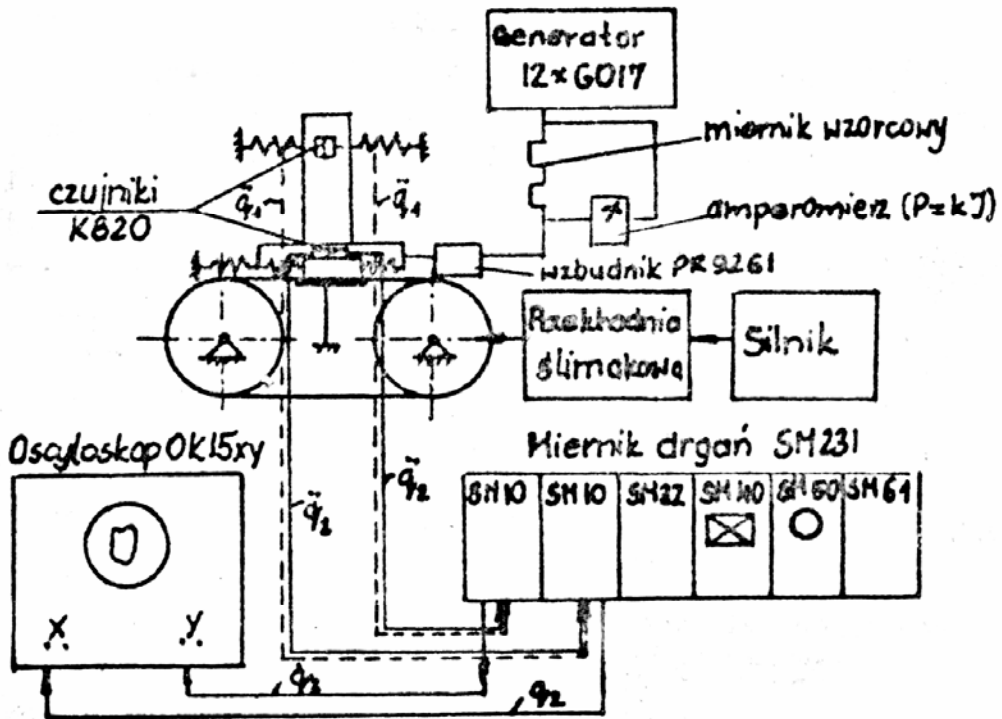


Rys 5.

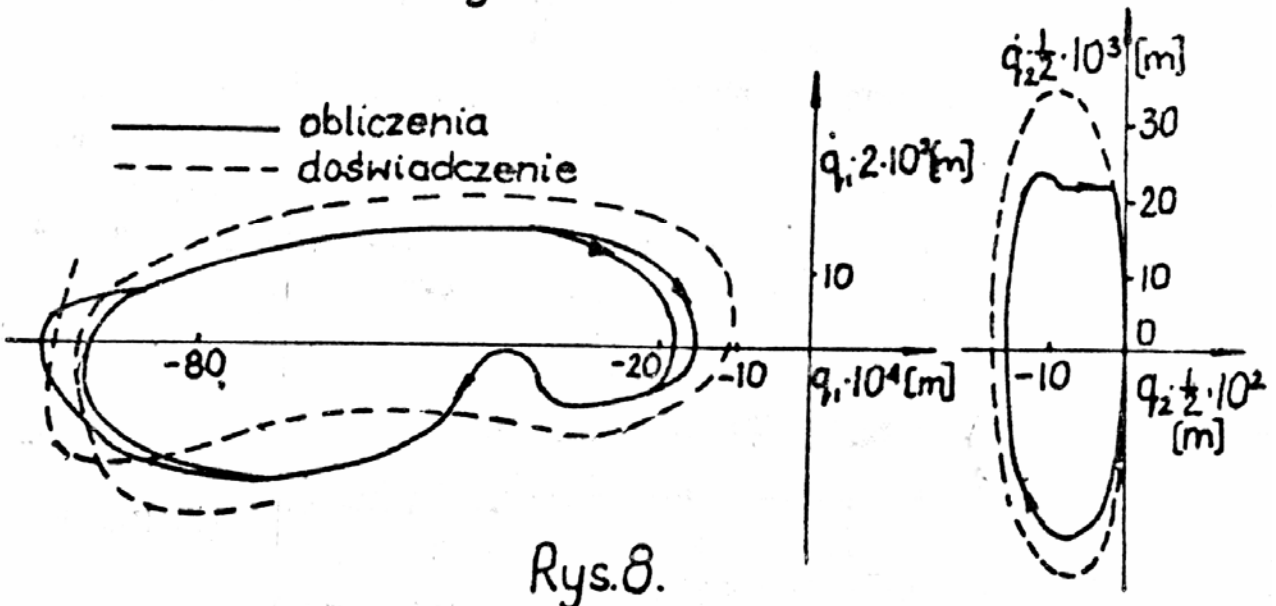




Rys. 6.



Rys. 7.



Rys. 8.

