

Jan Awrejcewicz

WPŁYW WYMUSZENIA ZEWNĘTRZNEGO NA STATECZNOŚĆ
CYKLI GRANICZNYCH

Oznaczenia:

- Ψ - przemieszczenie kątowe
- B - masowy moment bezwładności wahadła
- $k_{2z} = 2k_2 + k$ - sztywność zastępcza dolnych sprężyn
- x - przemieszczenie ciała 2
- M - masa ciała 2
- $k_{1z} = 2k_1$ - sztywność zastępcza górnych sprężyn
- m - masa wahadła
- g - przyśpieszenie ziemskie
- c - współczynnik tłumienia
- T - siła tarcia
- v_0 - prędkość pasa
- F_0 - amplituda siły wymuszającej
- ω - częstość siły wymuszającej

1. Wstęp

Podczas procesu skrawania wskutek opadającej charakterystyki współczynnika tarcia od prędkości względnej trących się ciał/noża tokarskiego i przedmiotu obrabianego/ dochodzi do drgań samowzbudnych. Jeśli uwzględnić podatność noża tokarskiego tj. jego sztywność na zginanie i ściananie oraz końcówkę noża wraz z jego ostrzem potraktować jako jedno ciało sztywne natomiast imak nożowy jako drugie oraz uwzględnić wymuszenie zewnętrzne/pochodzące od niewyważenia wirnika w silniku obrabiarki/ to układ modelowy będący przedmiotem analizy tej pracy będzie układem nieliniowym o dwóch stopniach swobody z wymuszeniem harmonicznym.

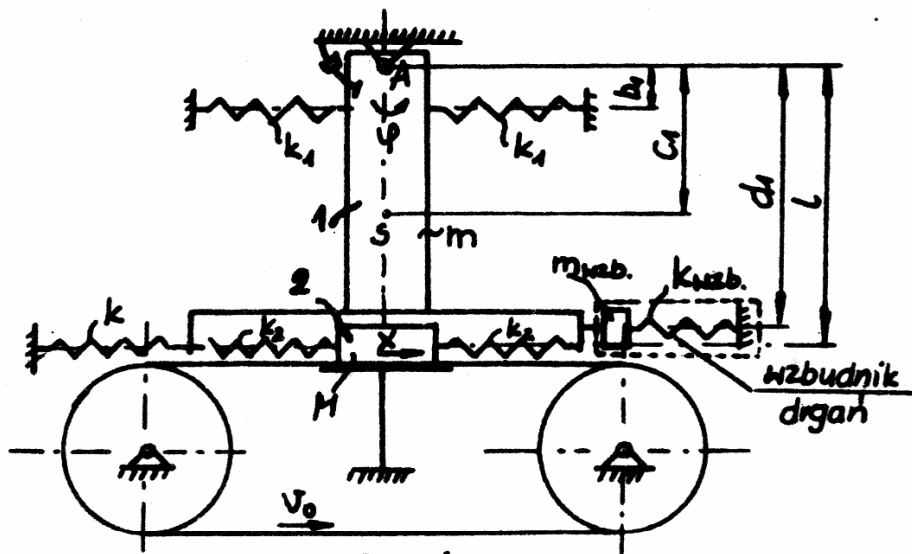
W pracy dla takiego układu modelowego określono wartości amplitud wymuszenia zewnętrznego w reżimach przechwytywania tj. przejścia dwuczęstościowych cykli granicznych w reżim drgań jednoczęstościowy z częstością siły wymuszającej.

Instytut Mechaniki Stosowanej PŁ, ul. B. Stefanowskiego 1/15

Dokonano również analizy wpływu tłumienia na zachowanie cykli granicznych.

2. Równania ruchu i analiza numeryczna

Układ modelowy przyjęty do analizy przedstawia rys.1, przy czym zamiast wzbudnika przyjęto iż na ciało 1 działa siła $F_0 \sin \omega t$ w odległości d_1 od osi obrotu.



Rys.1.

Równania ruchu układu mają postać:

$$\begin{aligned} B\ddot{\varphi} &= -k_{22}l^2\varphi + k_{22}xl - (k_{12}b_1^2 + mgc_1)\varphi - c\dot{\varphi} + F_0 \sin \omega t \cdot d_1, \\ M\ddot{x} &= -k_{22}x + k_{22}l\varphi + T. \end{aligned} \quad /1/$$

Oznaczając:

$$\begin{aligned} q_1 &= b_1\varphi, & \dot{q}_1 &= b_1\dot{\varphi}, & \ddot{q}_1 &= b_1\ddot{\varphi}, \\ q_2 &= x, & \dot{q}_2 &= \dot{x}, & \ddot{q}_2 &= \ddot{x}, \end{aligned}$$

oraz przyjmując

$$\begin{aligned} q_1 &= y_1, & \dot{q}_1 &= y_3, & (\dot{y}_1 &= y_3), \\ q_2 &= y_2, & \dot{q}_2 &= y_4, & (\dot{y}_2 &= y_4). \end{aligned}$$

równania /1/ można przekształcić do standardowej postaci dogodnej do analizy numerycznej

$$\dot{y}_1 = y_3,$$

$$\dot{y}_2 = y_4,$$

$$\dot{y}_3 = \frac{1}{B} [-cy_3 - (k_{22}l^2 + k_{12}b_1^2 + mgc_1)y_1 + k_{22}b_1l y_2 - b_1d_1F_0 \sin \omega t],$$

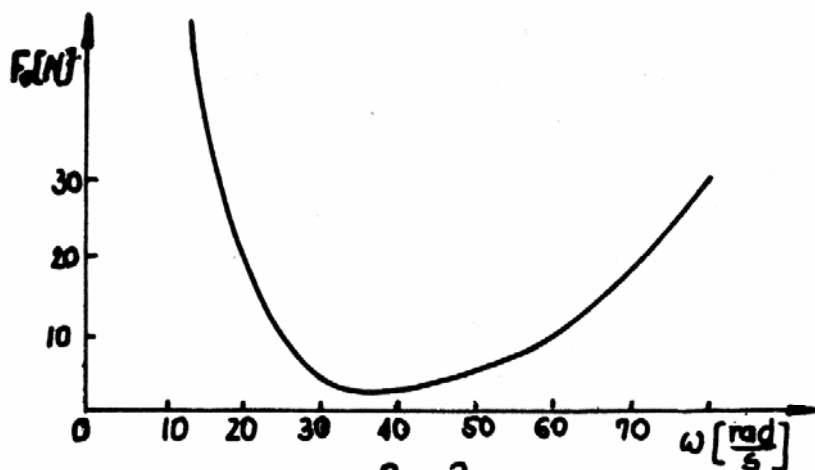
$$\dot{y}_4 = \frac{1}{b_1^2 M} (b_1^2 T + k_{22}b_1l y_1 - k_{22}b_1^2 y_2), \quad \text{gdzie: } T = \mu N, \quad N = Mg.$$

/2/

Współczynnik tarcia przedstawamy w postaci analitycznej

$$\mu = \text{sign } w [a + b \exp(-c_t w)], \quad /3/$$

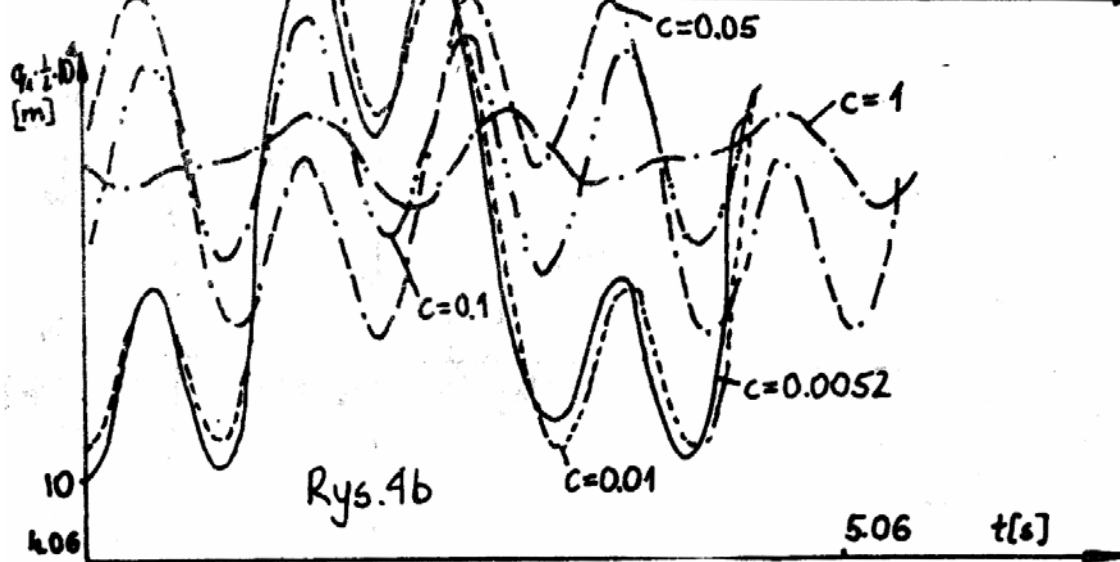
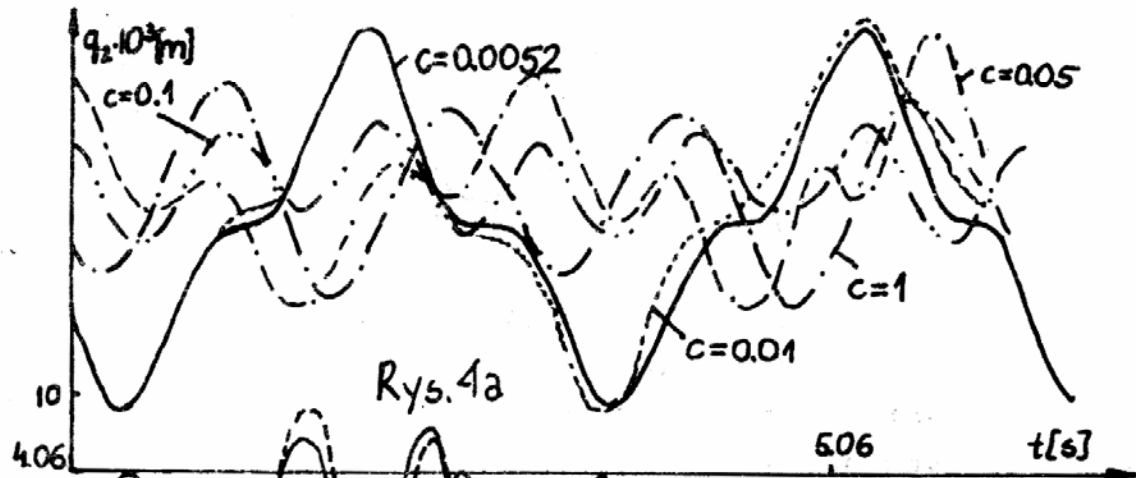
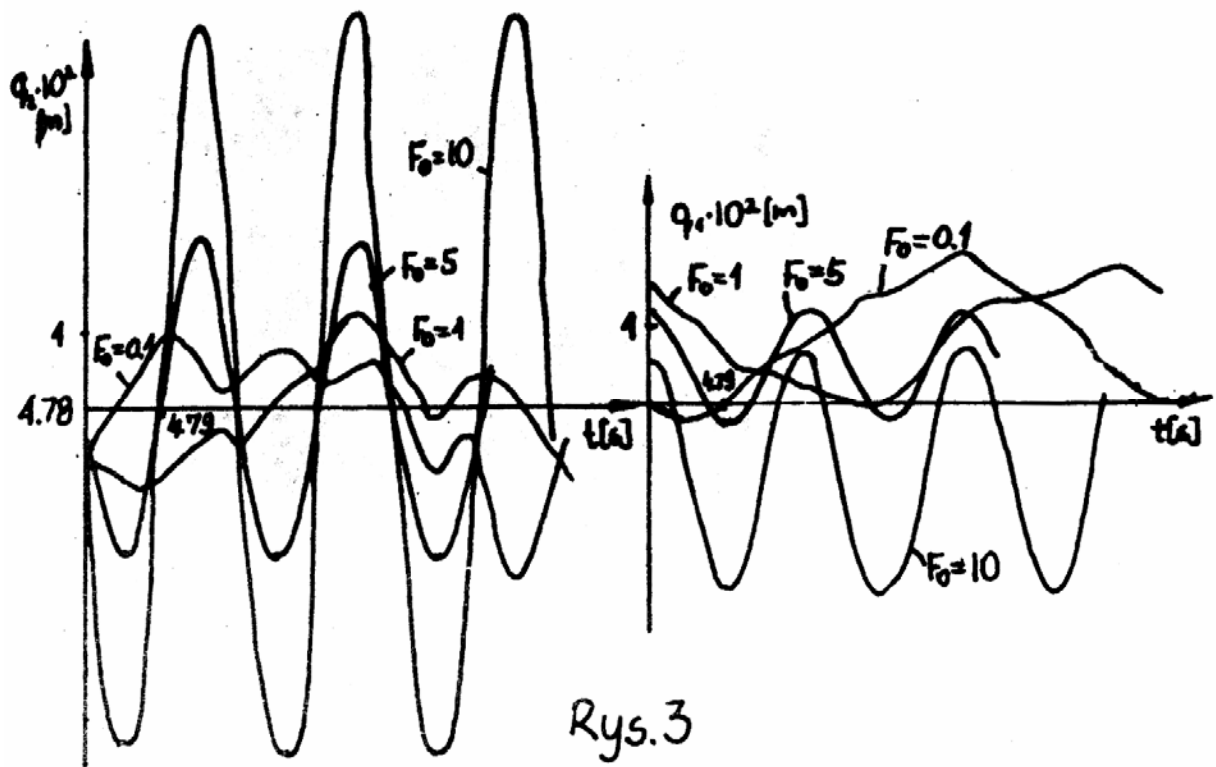
gdzie: $w = v_0 - \gamma_4$ jest prędkością względną. Całkowania równań /2/ dokonano numerycznie w oparciu o metodę Rungego-Kutty czwartego rzędu na maszynie cyfrowej. Dla następujących parametrów liczbowych: $B = 0.00264 \text{ kgm}^2$, $c = 0.0052 \text{ Ns/m}$, $k_{2z} = 167 \text{ N/m}$, $l = 0.15 \text{ m}$, $b_1 = 0.06 \text{ m}$, $k_{1z} = 321,5 \text{ N/m}$, $mg = 5.88 \text{ N}$, $M = 0.386 \text{ kg}$, $c_1 = 0.056 \text{ m}$, $d_1 = 0.12 \text{ m}$, $a = 0.36$, $b = 0.32$, $v_0 = 0.21 \text{ m/s}$, $c_t = 5.663 \text{ s/m}$ oraz po przyjęciu warunków początkowych $q_1/0 = 0.01 \text{ m}$, $\dot{q}_1/0 = 0$, $q_2/0 = 0.01 \text{ m}$, $\dot{q}_2/0 = 0$ dla ustalonej wartości częstości wymuszenia harmonicznego ω zwiększono wartości amplitud wymuszenia aż do zerwania reżimu cykli granicznych i pojawienia się reżimu jednoczęstotliwościowego o częstości wymuszenia. Wartości amplitud przy których pojawił się reżim jednoczęstotliwościowy przedstawia rys.2, a przykładowe przebiegi odpowiedzi układu dla $\omega = 30 \text{ rad/s}$ i amplitudy wymuszenia $F_0 = 0.1 \text{ N}$, 1 N , 5 N , 10 N przedstawia rys.3. Wpływ tłumienia wiskotycznego na zachowanie się cykli granicznych przedstawia rys.4.

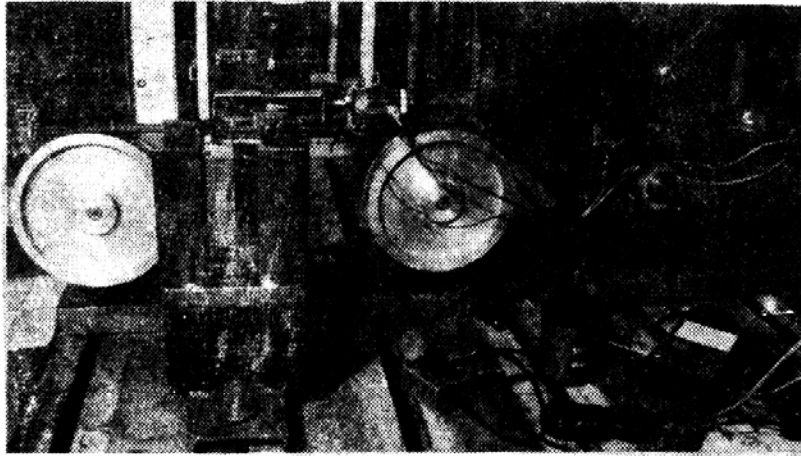


Rys.2.

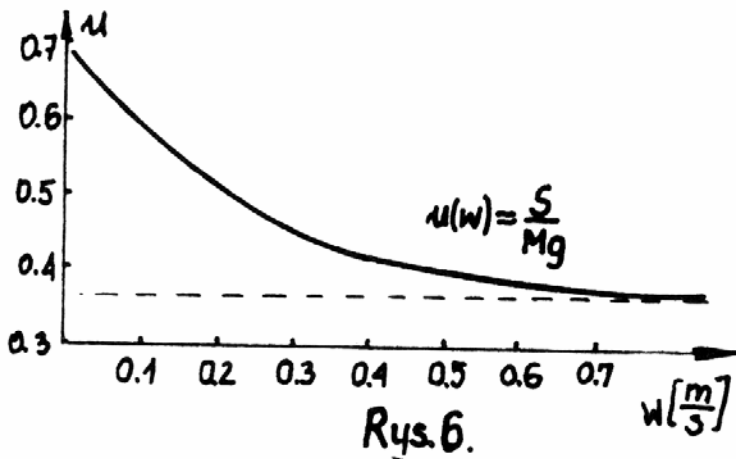
3. Badania doświadczalne

W celu doświadczalnej weryfikacji przyjętego modelu zbudowano stoisko doświadczalne, które przedstawia rys.5. Ponieważ współczynnik tarcia μ zmienia się wraz z prędkością względną "w", to zależność $\mu(w)$ wykreślono na podstawie pomiarów siły S w sprężynie, do której jest przymocowana masa M spoczywająca na pasie parciwym /rys.6/.





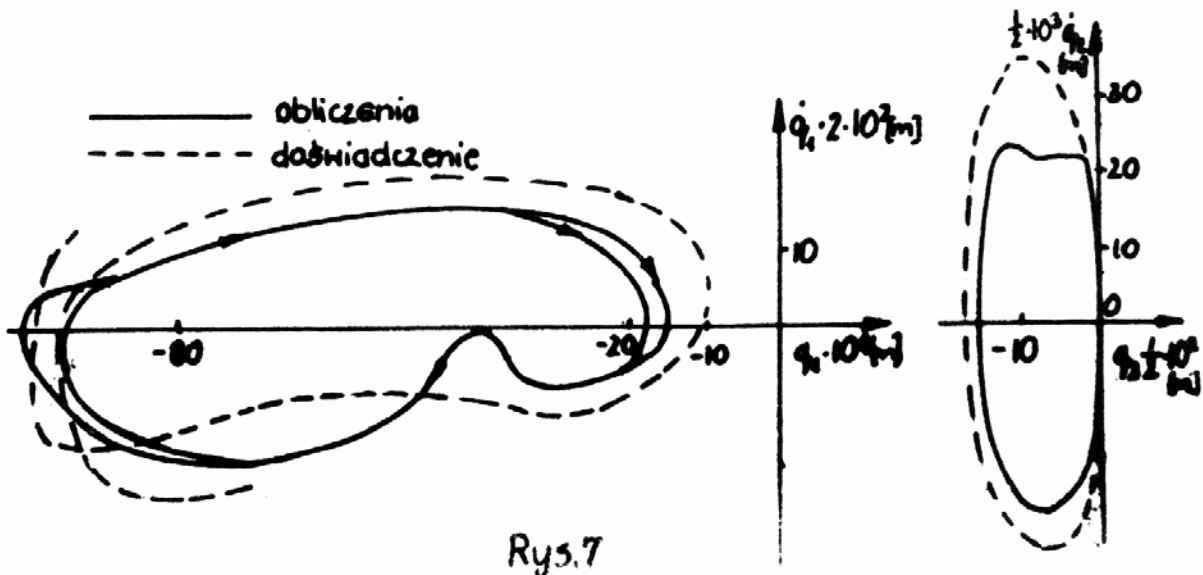
Rys. 5.



Rys. 6.

Zależność $\mu(w)$ daje się aproksymować funkcją o postaci /3/ gdzie $a=0.36, b=0.32, c_t=5.663s/m$. Dokonano również identyfikacji pozostałych parametrów. Wynoszą one: $B=0.003 \text{ kgm}^2/\text{uwzględnio no w nim ruchomą część wzbudnika}, c=$

$0.0052 \text{ Ns/m}, k'_{2z}=770 \text{ N/m}, k_{1z}=321,5 \text{ N/m}, mg=5.88\text{N}, b_1=0.06\text{m}, c_1=0.056\text{m}, l=0.15\text{m}, M=0.386 \text{ kg}, d_1=0.12\text{m}, v_0=0.21, \text{m/s}, F_0=1 \text{ N}, \omega=30\text{s}^{-1}$. Porównanie wyników obliczeń numerycznych z rezultatami badań doświadczalnych przedstawiono na rys. 7.



Rys. 7

4. Podsumowanie

Na podstawie analizy numerycznej w pracy zbudowano wykres zależności minimalnej amplitudy wymuszenia zewnętrznego, przy której w układzie nieliniowym o dwóch stopniach swobody obserwowalny był reżim jednoczęstotliwościowy z częstotliwością siły wymuszającej. Okazuje się, że dla częstotliwości wymuszenia mniejszych od pierwszej częstotliwości drgań własnych układu i dużo większych od drugiej częstotliwości drgań własnych układu cykle graniczne posiadają "mocną" stateczność/przejęcie do reżimu jednoczęstotliwościowego o częstotliwości ω następuje przy bardzo dużej amplitudzie siły wymuszającej/. Przy badaniu wpływu tłumienia na zachowanie cykli granicznych podobnie jak i przy analizie wpływu F_0 i ω na cykle graniczne można łatwo na przebiegach $q_1/t/$ i $q_2/t/$ odszukać częstotliwości bliskie częstotliwościom drgań własnych układu oraz częstotliwość wymuszenia. Ze wzrostem współczynnika tłumienia do wartości $c=0.1$ Ns/m widać, że układ dąży do reżimu jednoczęstotliwościowego o częstotliwości $\omega=30$ s⁻¹, przy czym ze wzrostem tłumienia drgania q_1 i q_2 maleją. Natomiast przy dalszym wzroście tłumienia/ $c=1$ Ns/m/ znowu pojawiają się cykle graniczne, przy czym drgania q_2 nieoczekiwanie wzrosły w stosunku do drgań q_1 dla $c=0.1$ Ns/m i posiadają częstotliwość bliską połowie różnicy dwóch częstotliwości drgań własnych układu. Doświadczenie potwierdziło analizę teoretyczną.

Literatura:

1. Awrejcewicz J, Krodkiwski J.: Analiza drgań samowzbudnych wywołanych tarciem nieliniowym w układzie o dwóch stopniach swobody, Zeszyty Naukowe PŁ, z. 67, 1984

Summary

"The Influence of the External Exciting Force on the Stability of the Limit Cycles"

In the paper the vibrations of the system with two degrees of freedom caused by the non-linear friction is examined theoretically and experimentally. During the numerical analysis the minimal values of amplitudes of the external force acting on the system are found at which the system starts to vibrate only with the frequency of the exciting force.