

J. Awrejcewicz, D. Grzelczyk
Politechnika Łódzka, Katedra Automatyki i Biomechaniki
ul. Stefanowskiego 1/15, 90-924 Łódź
jan.awrejcewicz@p.lodz.pl, dariusz.grzelczyk@p.lodz.pl

Modelowanie i badania numeryczne/eksperymentalne zjawisk kontaktowych i procesów zużywania
w mechanicznym sprzęgle ciernym

1. Wstęp

Sprzęgło jest elementem układu mechanicznego służącym do łączenia wałów i przenoszenia pomiędzy nimi momentu obrotowego. W początkowym okresie rozwoju transportu, przemysłu mechanicznego i budowy maszyn do przekazywania momentu obrotowego pomiędzy współpracującymi wałami stosowano pasy i napędy przekładniowe. Wkrótce jednak pojawiła się potrzeba pojedynczych napędów oraz zwarte połączenia między współpracującymi wałami urządzenia mechanicznego. Najstarsze historycznie proste sprzęgła służyły do bezpośredniego połączenia współosiowych wałów. Dzisiejsze zapotrzebowania jak i przyszłe trendy w technologii wytwarzania sprzęgieł stawiają wiele wymagań co do ich budowy, działania, wytrzymałości czy żywotności. Podstawowymi zagadnieniami przy projektowaniu układów napędowych są m.in. zwiększenie wydajności i polepszenie jakości działania maszyn napędzanych oraz zwiększenie stopnia niezawodności i uzyskanie lepszych wskaźników techniczno-ekonomicznych tych układów. W celu osiągnięcia tych założeń w mechanicznych sprzęgłach ciernych ważna jest odpowiednia znajomość opisu matematycznego tego sprzęgła jak również występujących w nim zjawisk i procesów tribologicznych (tarcie, zużywanie, wytwarzanie i rozchodzeniem się ciepła). Takie podejście pozwala na lepsze prognozowanie zachowania się rzeczywistych tego typu układów.

Zagadnienia związane z dynamiką ruchu oraz zjawiskami kontaktowymi i towarzyszącymi im procesami tribologicznymi w różnego rodzaju układach mechanicznych są od wielu lat obiektem zainteresowań i badań wielu naukowców. Wspomniane zagadnienia rozważane były w różnych połączeniach ciernych takich jak listwy, przekładnie, koła zębate, prowadnice, łożyska, sprzęgła, hamulce itp. połączenia cierne. W badaniach związanych z dynamiką i procesami tribologicznymi występującymi w układach ze sprzęgłem ciernym stosowano różne modele matematyczne do ich opisu. W czasie analizy dynamiki ruchu układu nie uwzględniano zjawisk kontaktowych i towarzyszących im procesów tribologicznych. Z kolei przy analizie tych zjawisk i procesów nie uwzględniano bezwładności stykających się ciał. W większości przypadków wykorzystywano przy tym uproszczone modele matematyczne, z reguły osobno do poszczególnych zagadnień i bez wzajemnej zależności między nimi. W przedstawionej pracy sprzęgło cierne potraktowano jako cierne połączenie sprężystych ciał uwzględniając sprężystość w kierunku osiowym materiału okładzin ciernych. Do symulacji numerycznych wykorzystano ogólny nieliniowy różniczkowy model zużycia oraz całkowity model zużycia uwzględniający procesy dziedziczenia i pamięci. Wyznaczono nierównomierne rozkłady ciśnienia stykowego na powierzchni stykających się okładzin sprzęgła w dowolnej chwili czasowej. Obliczono dla dowolnej chwili czasowej nierównomierne rozkłady zużycia materiałów stykających się ciał. Obliczono zmiany momentu siły tarcia przenoszonego przez sprzęgło wynikające ze zmiany rozkładu ciśnienia stykowego. Rozważono model matematyczny pozwalający na wyznaczenie w dowolnej chwili czasowej nierównomiernego rozkładu temperatury na powierzchni styku okładzin ciernych. Przedstawiona powyżej próba połączenia wspomnianych zagadnień w jeden złożony układ tribologiczny nie należy do łatwych, a uzyskane w ten sposób wyniki powinny pozwolić na lepsze prognozowanie zachowania się rzeczywistych układów tego typu.

2. Przegląd i analiza literatury

Tarcie suche występujące podczas ślizgania się jednej powierzchni trącej po drugiej jest zjawiskiem skomplikowanym i w ogólności zależy od wielu parametrów [16]. Zjawisku tarcia towarzyszy m.in. powstawanie naprężeń, zużywanie się materiałów trących oraz wydzielanie się ciepła. Zużywanie ściernie jest procesem dynamicznym [17], który związany jest ze zmianą powierzchni ciał znajdujących się w ruchu względem siebie w wyniku mechanicznego oddziaływania pomiędzy nimi. Proces ten zależy od wielu czynników i parametrów takich jak geometria stykających się powierzchni, przyłożona siła normalna, prędkość poślizgu, twardość materiału itp. [3]. Badania nad procesem zużywania i jego modelowaniem prowadzone są od wielu lat [4]. Jednym z pierwszych naukowców badających procesy zużywania był Archard, który zaproponował liniowy model zużycia dla metali [2]. Od tamtej pory powstało jeszcze wiele modeli matematycznych opisujących procesy zużywania w różnego rodzaju połączeniach ciernych, w różnych warunkach zewnętrznych i dla różnych materiałów. W literaturze poświęconej tribologii istnieje ponad 300 różnych modeli zużycia, od prostych równań empirycznych do skomplikowanych zależności matematycznych [9]. Numeryczne obliczenia procesów zużywania w różnego rodzaju połączeniach ciernych znaleźć można w pracach [3], [7], [15], [16], [19] oraz wielu innych.

W ogólnym przypadku modelowania procesów zużywania w różnego rodzaju połączeniach ciernych układów mechanicznych wykorzystuje się ogólne modele zużycia ściernego. Według Archarda [2] model zużycia zapisany w postaci różniczkowej przyjmuje postać

$$\frac{dw(t)}{dt} = K^{(w)} |V_r(t)| P(t), \quad (1)$$

gdzie t jest czasem, $w(t)$ jest zużyciem, $K^{(w)}$ jest współczynnikiem zużycia materiału, $V_r(t)$ jest względną prędkością poślizgu powierzchni trących, natomiast $P(t)$ jest ciśnieniem stykowym pomiędzy nimi. Jest to liniowy model zużycia ze względu na ciśnienie stykowe i prędkość ślizgania powierzchni trących. W innego rodzaju połączeniu ciernym model ten zastosowano również w pracy [12]. W tej pracy do modelowania procesów zużywania ściernego okładzin ciernych sprzęgła wykorzystano ogólny różniczkowy nieliniowy model zużycia opisany równaniem [16]

$$\frac{dw(t)}{dt} = K^{(w)} (T'(t)) |V_r(t)|^\beta P^\alpha(t), \quad (2)$$

gdzie współczynnik zużycia $K^{(w)}(T'(t))$ jest funkcją temperatury $T'(t)$ na powierzchni styku, a współczynniki α i β są wielkościami zależnymi od modelu zużycia, stopnia obróbki i smarowania powierzchni trących. Jest to więc nieliniowy model zużycia, gdzie prędkość zużycia jest nieliniową (potęgową) funkcją ciśnienia stykowego i prędkości ślizgania powierzchni trących. Przedstawiony nieliniowy model zużycia zastosowano wcześniej m.in. w pracy [16] i innych.

Przy zmiennych warunkach obciążenia zewnętrznego zaobserwować można tzw. efekty opóźnienia [16], [19]. Dla niektórych materiałów ciernych pomimo stałych warunków procesu zużywania współczynnik zużycia zmienia się w czasie, np. w wyniku starzenia lub docierania się okładzin ciernych. Wówczas istnieje konieczność stosowania innych modeli zużycia niż przedstawione powyżej. Odpowiednim opisem matematycznym takiego procesu zużywania jest całkowity model zużycia o postaci [7], [16]

$$w(t) = \int_0^t K^{(w)}(T'(t')) |V_r(t')| K'(t, t') P(t') dt', \quad (3)$$

gdzie $K'(t, t') = K'_1(t') K'_2(t - t')$, przy czym $K'_1(t') = 1 + c \exp(-\gamma' t')$ i $K'_2(t - t') = 1 - \exp(-\gamma''(t - t'))$ są tzw. jądrami dziedziczenia i pamięci. Funkcje eksponencjalne w przedstawionym modelu zużycia odpowiadają za zmniejszanie się szybkości procesu zużywania nawet w warunkach stacjonarnych. Model zużycia (3) dla $K'_1(t') = 1$ i $K'_2(t - t') = 1 - \exp(-\gamma''(t - t'))$ zastosowano w pracy [13] i w pracy [19], gdzie dla modelu kontaktu warstwy termosprężystej z cieplnie izolowaną płytą otrzymano rozwiązanie z uwzględnieniem zużycia i wytwarzania ciepła. Całkowy model zużycia ściernego zastosowano również m.in. w pracach [15] i [18].

Zjawisku tarcia występującemu w sprzęgle ciernym obok procesów zużywania towarzyszą również procesy wytwarzania i rozchodzenia się ciepła. W celu dokładniejszego opisu procesów wytwarzania i rozchodzenia się ciepła w sprzęgle ciernym należy skorzystać z ogólnych zależności opisujących te procesy. Jednym z podstawowych równań opisujących zjawiska cieplne jest równanie przewodnictwa cieplnego. W pracy [14] równanie przewodnictwa cieplnego użyto do określenia temperatury na styku dwóch warstw termosprężystych, natomiast zastosowanie tego równania do opisu zjawisk cieplnych występujących w sprzęgle ciernym wielotarczowym z kompozytu C/C można znaleźć w pracy [20]. W ogólności gęstość strumienia ciepła $q(t)$ wytwarzanego w czasie działania siły tarcia na powierzchni podziału materiałów ma postać [1]

$$q(t) = (1 - \chi)\mu|V_r(t)|P(t), \quad (4)$$

przy czym χ oznacza część pracy siły tarcia, która nie jest zamieniana na ciepło (ta część pracy idzie np. na zużywanie), μ jest współczynnikiem tarcia, $V_r(t)$ jest prędkością poślizgu, a $P(t)$ jest ciśnieniem stykowym na powierzchni styku ciał. Wzór (4) na gęstość strumienia ciepła wykorzystano np. w pracy [5], w której przeprowadzono analizę zjawisk cieplnych w sprzęgle ciernym z tarczą ceramiczną przy wykorzystaniu metody elementów skończonych. Przedstawioną zależność na gęstość strumienia ciepła stosowali również m.in. autorzy prac [14] i [15]. Do opisu przewodzenia ciepła w danym materiale stosuje się natomiast prawo Fouriera

$$q(t) = -k^{(p)} \text{grad} T', \quad (5)$$

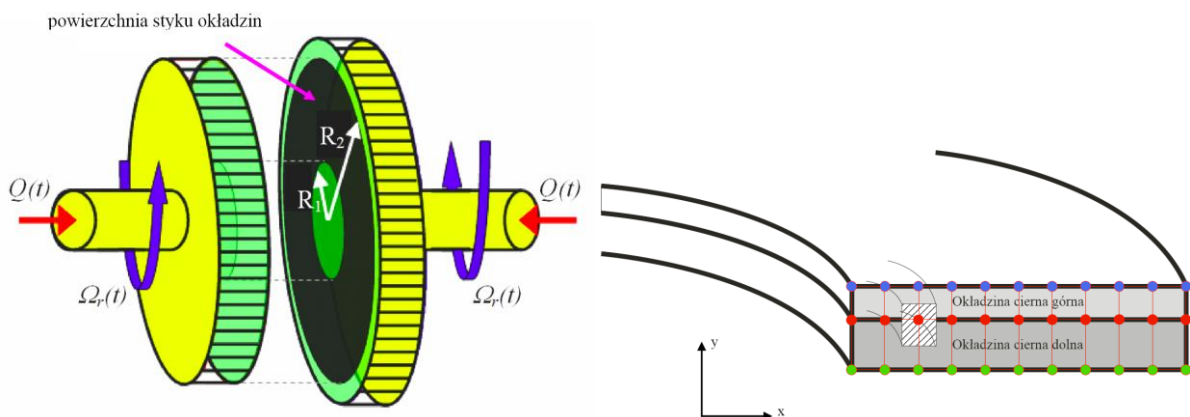
gdzie $k^{(p)}$ jest współczynnikiem przewodnictwa cieplnego (przewodnością cieplną) materiału, a $\text{grad} T'$ jest gradientem temperatury T' . Z kolei gęstość strumienia ciepła wymienianego na granicy między ciałem a jego otoczeniem ma postać

$$q(t) = \lambda(T' - T'_{ot}), \quad (6)$$

gdzie λ jest współczynnikiem przekazywania ciepła pomiędzy ciałem a jego otoczeniem, T' jest temperaturą ciała na granicy kontaktu z otoczeniem, natomiast T'_{ot} jest temperaturą otoczenia. Wyczerpującą analizę prac naukowych związanych z różnymi rodzajami ciepła znaleźć można w pracach przeglądowych [8], [9] i [10]. W przeglądowej pracy [6] omówiono natomiast artykuły opublikowane w ciągu ostatnich lat, które poświęcone były analizie i obliczeniom zjawisk cieplnych w różnego rodzaju hamulcach ciernych, a wnioski z tej pracy uzyskane dla hamulców odnieść można również do sprzęgła ciernych ze względu na podobną konstrukcję tych urządzeń.

3. Model rozważanego sprzęgła ciernego

Rysunek 1 przedstawia model mechanicznego sprzęgła ciernego dwutarczowego oraz przekrój poprzeczny okładzin ciernych tego sprzęgła z siatką obliczeniową (naniesioną na przekrój poprzeczny okładzin podzielony na m jednakowych odcinków wzdłuż promienia, w węzłach której wyznaczane są wartości temperatury.

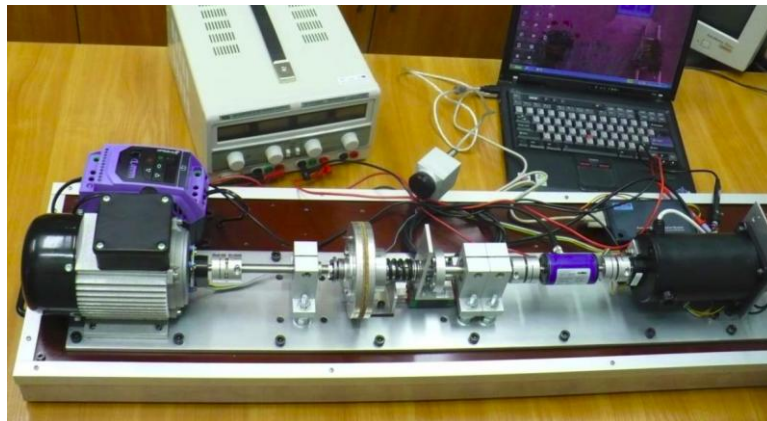


Rys. 1. Model mechanicznego sprzęgła ciernego dwutarczowego oraz przekrój poprzeczny okładzin rozważanego sprzęgła z naniesioną siatką obliczeniową.

Do obu tarcz sprzęgła przymocowane są okładziny cierne. Kontakt cierny między tymi okładzinami występuje na powierzchni pierścieniowej $R \in [R_1, R_2]$. Tarcze dociskane są siłą osiową $Q(t)$, ich względna prędkość kątowa wynosi Ω_r , natomiast ciśnienie stykowe w dowolnym punkcie styku i czasie jest równe $P(R, t)$. Współczynniki zużycia materiału lewej i prawej okładziny cierniej zależne od temperatury $T'(R, t)$ w danym punkcie styku i czasie wynoszą odpowiednio $K_1^{(w)}(T'(R, t))$ i $K_2^{(w)}(T'(R, t))$. Z kolei współczynniki sprężystości w kierunku osiowym materiału tych okładzin wynoszą odpowiednio k_1 i k_2 . Grubości górnej i dolnej okładziny wynoszą odpowiednio H_1 i H_2 . Współczynniki przewodnictwa cieplnego (przewodności cieplne) poszczególnych okładzin wynoszą $k_1^{(p)}$ i $k_2^{(p)}$. Współczynniki przekazywania ciepła pomiędzy górną (dolną) okładziną cierną a odpowiednio górną (dolną) tarczą sprzęgłową wykonaną z aluminium wynoszą odpowiednio λ_1 i λ_2 . Z kolei współczynniki przekazywania ciepła pomiędzy górną i dolną okładziną a otoczeniem wynoszą odpowiednio λ_3 i λ_4 . Ciepła właściwe materiałów, z których wykonano okładziny mają wartości odpowiednio c_{w1} i c_{w2} , natomiast gęstości materiału, z których wykonano te okładziny wynoszą ρ_1 i ρ_2 . Dokładny opis matematyczny procesów zużywania oraz wytwarzania i rozprzestrzeniania się w sprzęgle ciepła przedstawiony jest w pracy [11]. Całki występujące w uzyskanych w postaci bezwymiarowej równaniach różniczkowych, całkowych i różniczkowo-całkowych zapisane zostały przy pomocy metody trapezów. Odpowiednie równania rozwiązane zostały przy pomocy metody Rungego-Kutty rzędu czwartego oraz metody eliminacji Gaussa-Jordana. W tej pracy przedstawiono wyniki symulacji numerycznych otrzymanych zależności i porównano je z własnymi badaniami eksperymentalnymi.

4. Stanowisko doświadczalne

Rysunek 2 przedstawia ogólny widok stanowiska doświadczalnego.

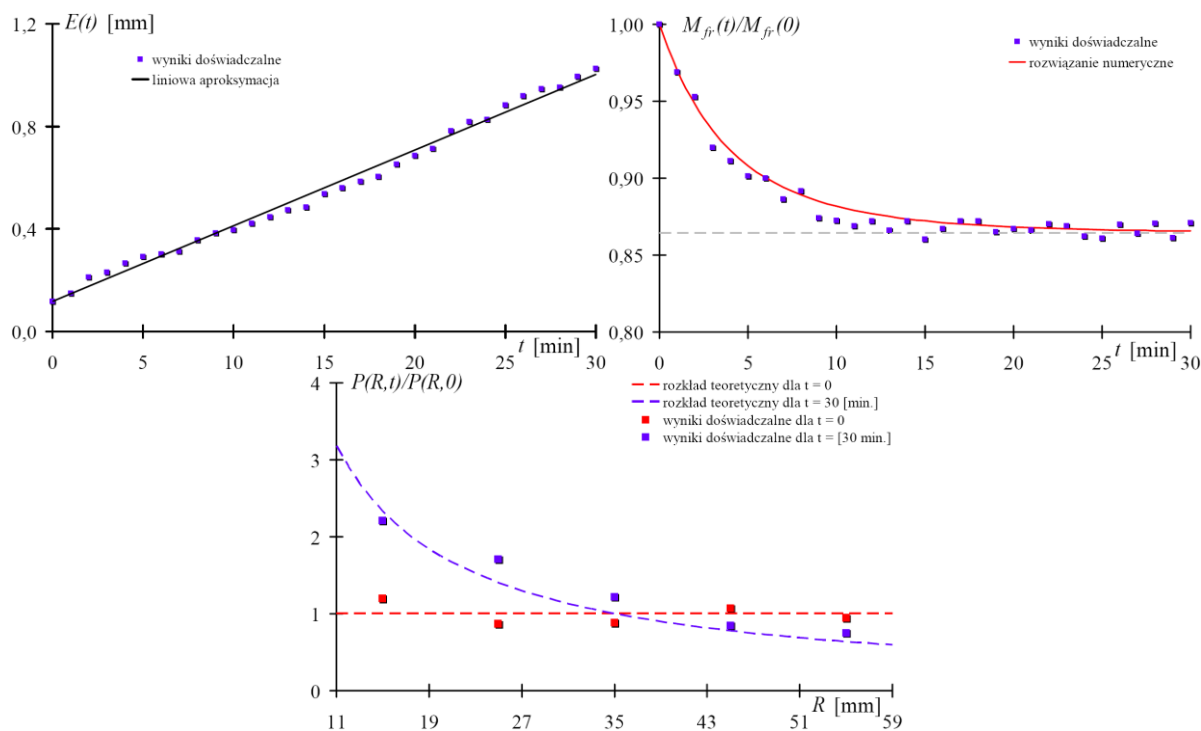


Rys. 2. Ogólny widok stanowiska doświadczalnego.

Stanowisko składa się z układu mechanicznego ze sprzęgłem ciernym pracującego w układzie mechatronicznym. Jest to typowy układ, w którym pracują sprzęgła. Składa się z części napędzającej, części napędzanej oraz sprzęgła ciernego. Część napędzająca składa się z silnika asynchronicznego sterowanego za pomocą falownika jednofazowego prądu przemiennego. Do wyznaczania położenia kątowego strony czynnej sprzęgła (silnika) służy optyczny enkoder inkrementalny. Część napędzana składa się z silnika prądu stałego pracującego jako prądnica i w zależności od dołączonego obciążenia wytwarza odpowiedni moment oporowy. Ponadto w części napędzanej układu znajduje się również hamulec cierny oraz optyczny enkoder inkrementalny. Przenoszony moment obrotowy mierzony jest za pomocą dynamicznego czujnika momentu obrotowego. Elementem sprzęgającym oba urządzenia jest mechaniczne sprzęgło cierne. Elementem sprzęgającym układ mechaniczny z oprogramowaniem komputerowym jest moduł kontrolno-pomiarowy USB-4711A.

5. Wyniki badań eksperymentalnych

Wyniki przeprowadzonych badań eksperymentalnych porównane zostały z rozwiązaniami analitycznymi jak i obliczeniami numerycznymi. Wykorzystane do badań okładziny cierne wykonane zostały z korka prasowanego, który jest naturalnym materiałem stosowanym na okładziny cierne. Na rys. 3 przedstawiono porównanie wyników symulacji numerycznych z wynikami eksperymentalnymi, a mianowicie: przykładowe zmiany zbliżenia tarcz w czasie, zmiany momentu siły tarcia przenoszonego przez sprzęgło oraz rozkłady ciśnienia stykowego na powierzchni styku okładzin.

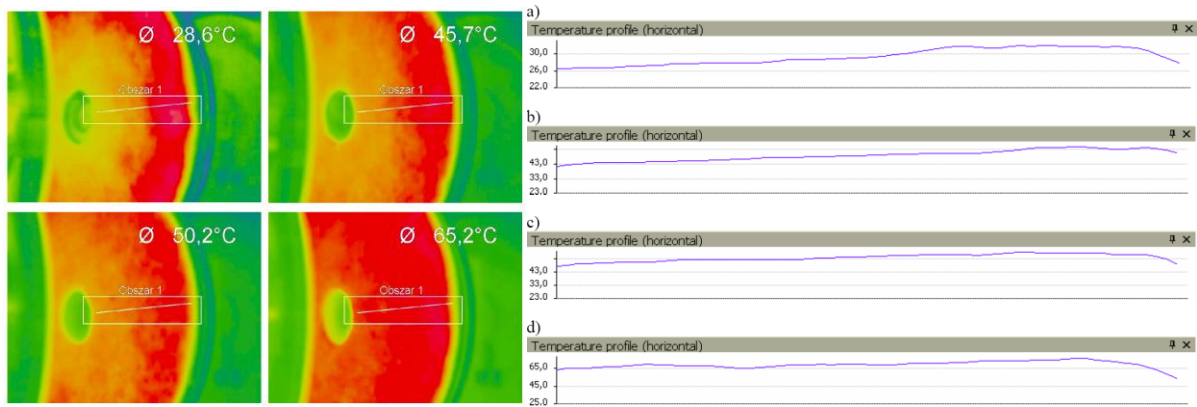


Rys. 3. Porównanie wyników numerycznych z eksperymentalnymi: a) zmiany zbliżenia tarcz w czasie; b) zmiany momentu siły tarcia przenoszonego przez sprzęgło; c) rozkłady ciśnienia stykowego na powierzchni styku okładzin.

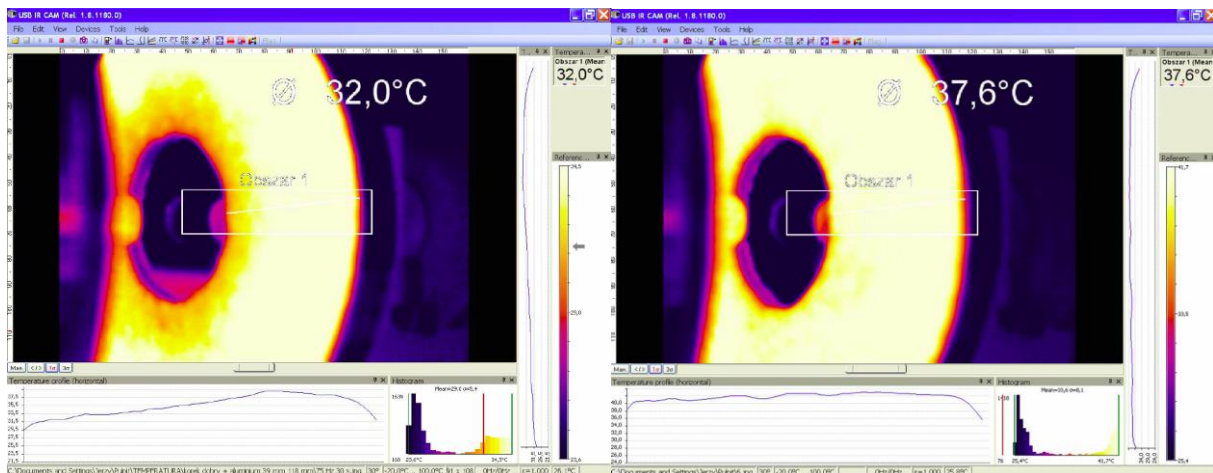
Na podstawie uzyskanych wyników można przyjąć w przybliżeniu, że zużycie okładzin ciernych sprzęgła jest proporcjonalne do czasu. Zgodnie z rozwiązaniem numerycznym rzeczywiste wartości momentu siły tarcia przenoszonego przez sprzęgło zmniejszają się w miarę postępu procesu zużywania okładzin ciernych sprzęgła. Wprowadzając wyniki eksperymentalne rozkładu ciśnienia stykowego nie pokrywają się ze stosunkowo dużą dokładnością z wynikami uzyskanymi numerycznie, to jednak zauważyć można istotne zmiany rozkładu ciśnienia stykowego zgodnie z symulacjami.

Rysunek 4 przedstawia przykładowe rozkłady powierzchniowe i profile temperatury na powierzchni nowej nieużywanej okładziny ciernej (dla której przyjąć można równomierny rozkład ciśnienia stykowego) ogrzewanej do coraz wyższej temperatury. Przedstawione rozkłady temperatury na powierzchni styku okładziny nie są równomierne. Dla każdego z przedstawionych przypadków na wewnętrznej części okładziny temperatura jest mniejsza (kolor żółty), natomiast większa jest przy zewnętrznej granicy okładziny (kolor czerwony). Na przedstawionych profilach temperatury zmienia się ona wzdłuż promienia okładziny ciernej sprzęgła. Ponadto przyjąć można, że zmienia się ona w przybliżeniu liniowo wzdłuż promienia.

Rysunek 5 przedstawia przykładowe rozkłady powierzchniowe oraz profile temperatury wzdłuż promienia okładziny dla równomiernego (z lewej) oraz ustalonego nierównomiernego (z prawej) rozkładu nacisków. Również i w tym przypadku widać wyraźnie, że rozkład temperatury na powierzchni styku okładziny ciernej nie jest równomierny. W przybliżeniu temperatura rośnie liniowo wzdłuż promienia tej okładziny.



Rys. 4. Rozkłady powierzchniowe oraz profile temperatury na powierzchni styku okładziny czarnej.

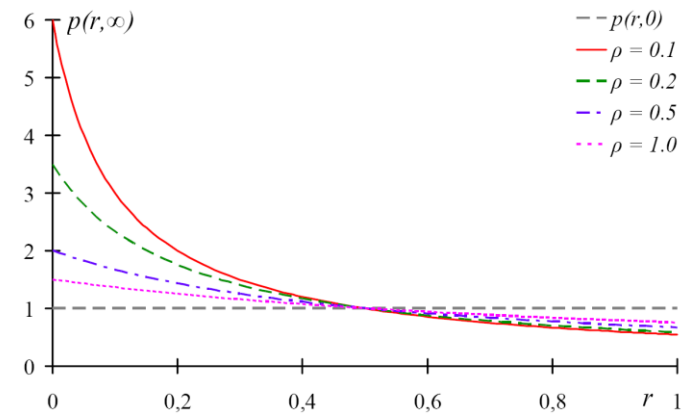


Rys. 5. Rozkłady powierzchniowe i profile temperatury na powierzchni styku okładzin czarnych dla równomiernego (z lewej) i ustalonego nierównomiernego (z prawej) rozkładu nacisków.

Odchyłki od liniowej zależności wynikają z tego, że w rzeczywistości następuje wymiana ciepła pomiędzy okładziną a jej otoczeniem na granicach styku, stąd też odpowiednio mniejsze są wartości temperatury w tych miejscach okładziny. W drugim przypadku widać, że rozkład temperatury jest w przybliżeniu równomierny na całej powierzchni okładziny. W układzie rzeczywistym mniejsze są nieco wartości temperatury zarówno na granicy wewnętrznej jak i zewnętrznej spowodowane wymianą ciepła pomiędzy okładziną a jej otoczeniem.

6. Wyniki symulacji numerycznych

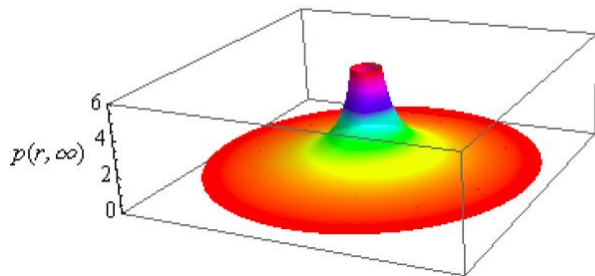
Do analizy numerycznej procesów zużywania okładzin czarnych sprzęgła przy wykorzystaniu zarówno różniczkowego jak i całkowego modelu zużycia przyjęto stałe współczynniki zużycia oraz stały współczynnik tarcia. Rozważony został układ symetryczny złożony z dwóch jednakowych okładzin czarnych sprzęgła. Obliczenia numeryczne dla różniczkowego modelu zużycia przeprowadzono dla $\alpha=1$ i $\beta=1$. Rysunek 6 przedstawia przykładowe rozkłady bezwymiarowego ciśnienia stykowego $p(r, \infty)$ dla bezwymiarowego promienia r w stanie ustalonym dla różnych wartości bezwymiarowego parametru geometrycznego ρ charakteryzującego kształt pierścieniowej powierzchni styku okładzin sprzęgła. Ponadto przedstawiono również na tym rysunku jednorodny rozkład ciśnienia stykowego dla chwili początkowej.



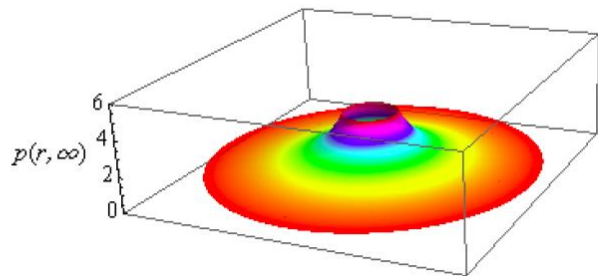
Rys. 6. Rozkłady ciśnienia stykowego w stanie ustalonym.

W chwili początkowej ciśnienia stykowe na całej powierzchni styku okładzin są jednakowe. W miarę upływu czasu jak następują procesy zużywania się okładzin rozkłady ciśnienia stykowego zmieniają się. W stanie ustalonym (po czasie teoretycznie nieskończenie długim) rozkłady te przyjmują określoną postać zależną od parametru geometrycznego ρ . Dla dużych wartości parametru ρ rozkład ciśnienia stykowego nie zmienia się znacząco w porównaniu do rozkładu początkowego, podczas gdy różnice są znaczne dla mniejszych wartości tego parametru. Wyznaczone rozkłady ciśnienia stykowego przedstawiono również na rys. 7 jako wizualizacje w biegunowym układzie współrzędnych, gdzie dziedziną funkcji są powierzchnie odpowiadające powierzchniom styku okładzin ciernych dla odpowiednich wartości parametru geometrycznego ρ .

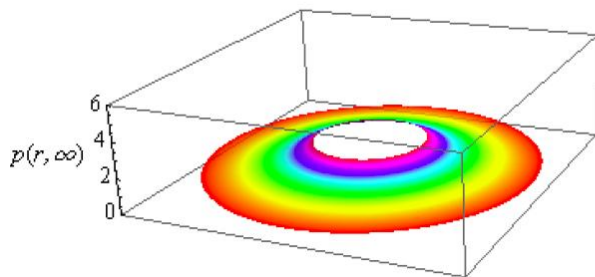
a) $\rho = 0.1$



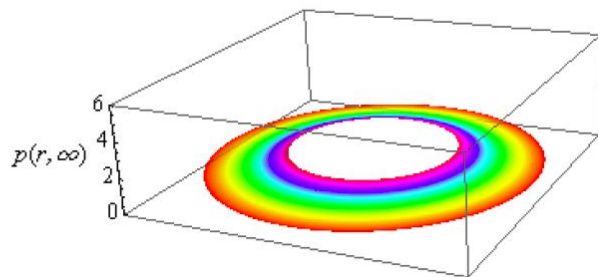
b) $\rho = 0.2$



c) $\rho = 0.5$

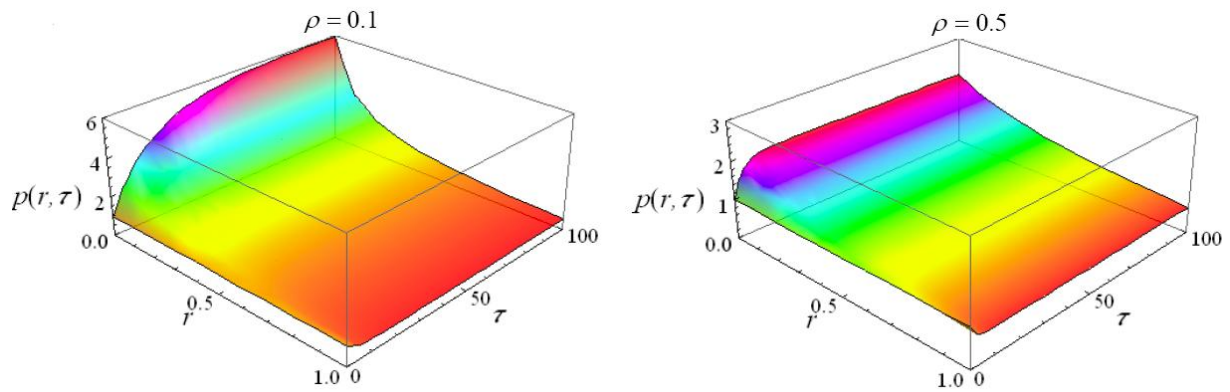


d) $\rho = 1.0$



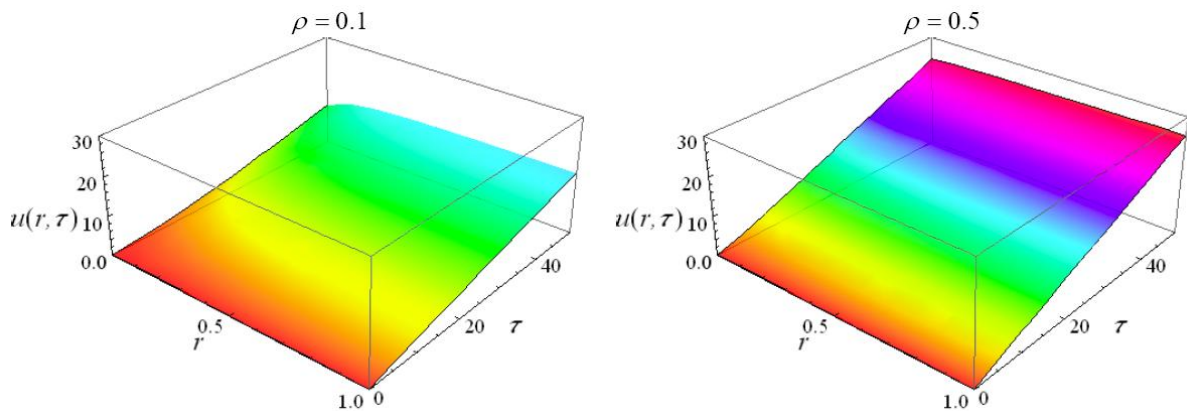
Rys. 7. Wizualizacje rozkładów ciśnienia stykowego w stanie ustalonym w biegunowym układzie współrzędnych.

Ewolucje czasowe rozkładów ciśnienia stykowego jako funkcje bezwymiarowego promienia r i bezwymiarowego czasu τ przedstawiono na rys. 8. Dla obu przypadków rozkłady ciśnienia stykowego w chwili początkowej są równomierne na całej powierzchni styku, a zmieniają się w miarę postępu procesu zużywania. Osiągają przy tym rozkład ustalony zależny od parametru ρ .



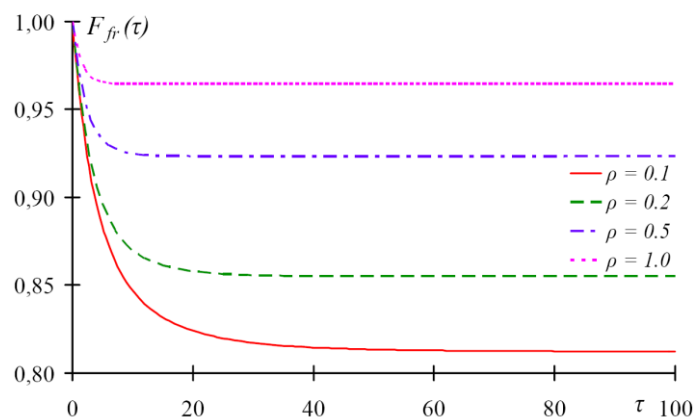
Rys. 8. Ewolucje czasowe rozkładów ciśnienia stykowego.

Na rysunku 9 przedstawione zostały ewolucje czasowe rozkładów zużycia całkowitego $u(r, \tau)$ tych okładzin. W chwili początkowej zużycia w każdym punkcie styku okładzin są zerowe. W miarę postępu procesu zużywania zużycia w poszczególnych punktach styku okładzin wzrastają.



Rys. 9. Ewolucje czasowe rozkładów zużycia całkowitego okładzin.

Zmiany momentu siły tarcia przenoszonego przez sprzęgło przedstawia rys. 10.

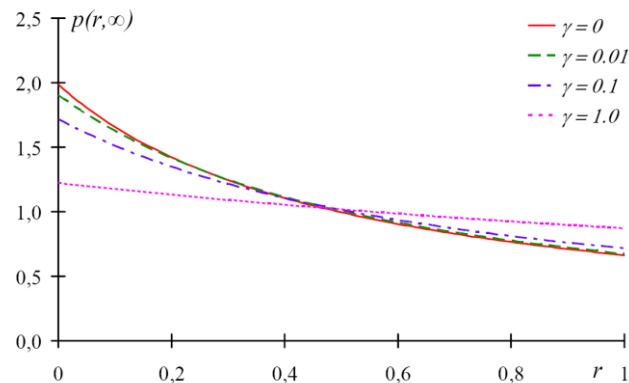


Rys. 10. Zmiany momentu siły tarcia przenoszonego przez sprzęgło.

Z upływem czasu zmniejsza się moment siły tarcia przenoszony przez sprzęgło. Wynika to ze zmiany rozkładu ciśnienia stykowego na powierzchni stykających się okładzin ciernych sprzęgła. W czasie ustalonym, kiedy ustali się pewien rozkład ciśnienia stykowego również moment siły tarcia

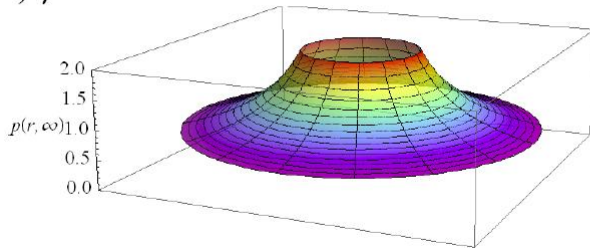
przenoszony przez sprzęgło osiąga stałą ustaloną wartość. Względna zmiana wartości tego momentu jest większa dla mniejszych wartości parametru geometrycznego ρ .

Ponownie obliczenia numeryczne przeprowadzono dla całkowitego modelu zużycia przyjmując funkcję bezwymiarową $K(\tau, \xi)$ o postaci $K(\tau, \xi) = \exp(-\gamma(\tau - \xi))$. Rysunek 11 przedstawia przykładowe rozkłady ciśnienia stykowego w stanie ustalonym dla różnych wartości parametru γ . Rozkłady te pokazane zostały również na rys. 12 jako wizualizacje w biegunowym układzie współrzędnych.

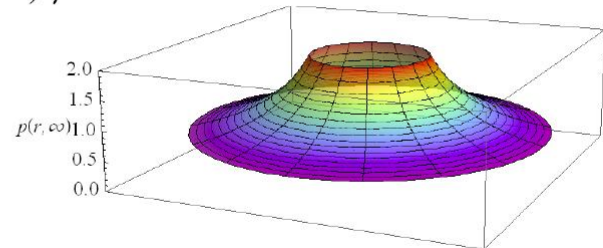


Rys. 11. Rozkłady ciśnienia stykowego w stanie ustalonym.

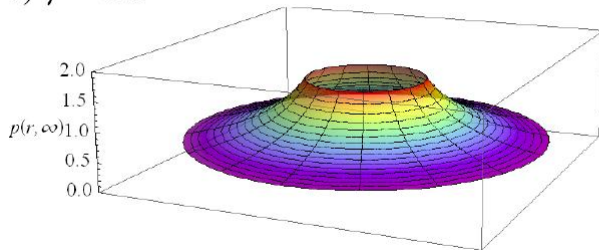
a) $\gamma = 0$



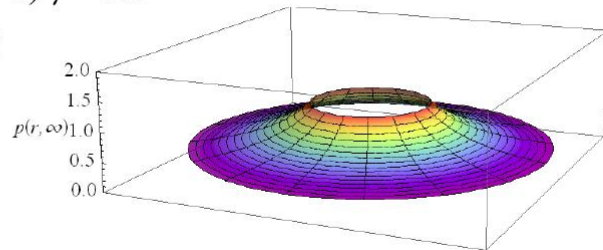
b) $\gamma = 0.01$



c) $\gamma = 0.1$



d) $\gamma = 1.0$

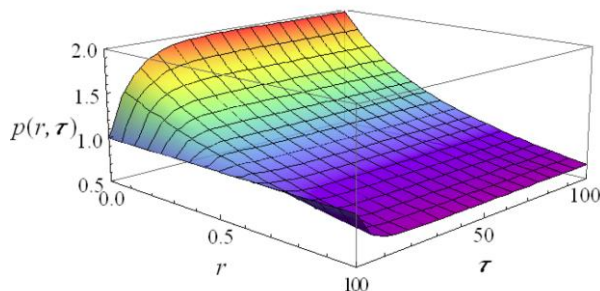


Rys. 12. Wizualizacje rozkładów ciśnienia stykowego w stanie ustalonym.

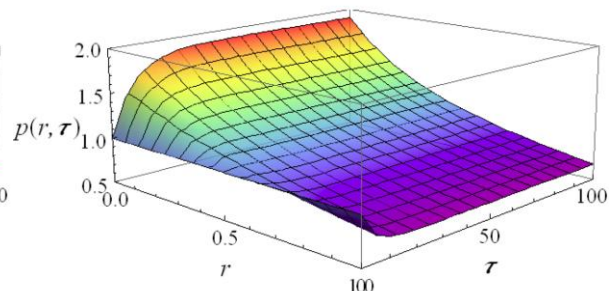
W chwili początkowej, przed rozpoczęciem procesu zużywania okładzin rozkład ciśnienia stykowego jest równomierny na całej powierzchni styku okładzin. Jednakże w stanie ustalonym po czasie teoretycznie nieskończenie długim rozkłady ciśnienia stykowego dla różnych wartości parametru γ różnią się od siebie. Dla większych wartości parametru γ rozkład ciśnienia stykowego coraz mniej różni się od rozkładu początkowego. Odpowiada to przypadkowi szybszego docierania się tarcz dla dużej wartości parametru γ , wskutek czego szybko maleje prędkość zużywania i rozkład ciśnienia stykowego przestaje się zmieniać.

Na rysunku 13 przedstawiono zmiany rozkładów ciśnienia stykowego, a na rys. 14 zmiany rozkładów zużycia całkowitego okładzin dla różnych wartości parametru γ .

a) $\gamma = 0$

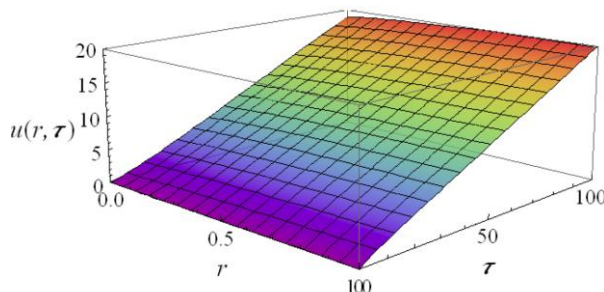


b) $\gamma = 0.01$

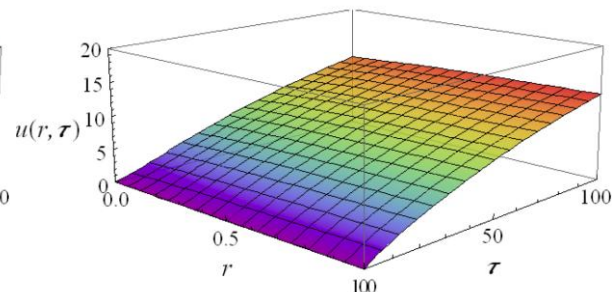


Rys. 13. Ewolucje czasowe ciśnienia stykowego.

a) $\gamma = 0$



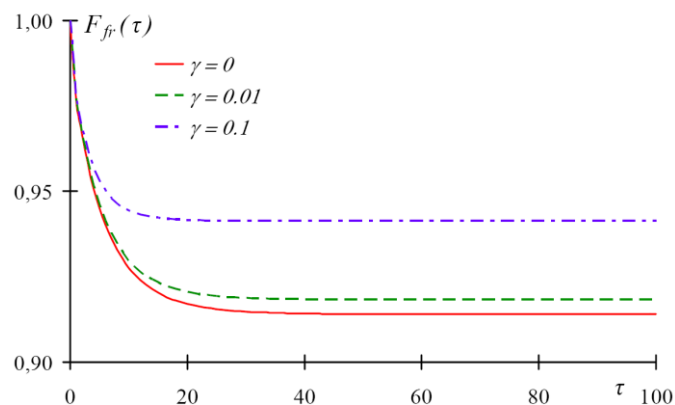
b) $\gamma = 0.01$



Rys. 14. Ewolucje czasowe zużycia całkowitego okładzin.

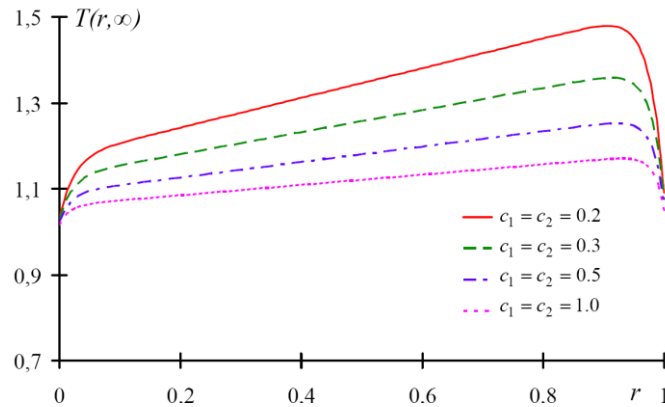
Na przedstawionych rysunkach widać, że w chwili początkowej przed rozpoczęciem procesu zużywania okładzin sprężła ciśnienia stykowe są równomiernie rozłożone na powierzchni styku a zużycie okładzin jest zerowe. W miarę upływu czasu gdy następuje proces zużywania zmieniają się zarówno rozkłady ciśnienia stykowego jak i rozkłady zużycia okładzin i to w różny sposób zależny od parametru γ .

Na rysunku 15 przedstawiono jeszcze zmiany momentu siły tarcia przenoszonego przez sprężło dla różnych wartości parametru γ jako funkcję bezwymiarowego czasu τ . W miarę upływu czasu zmniejsza się moment siły tarcia przenoszony przez sprężło. W stanie ustalonym wartości momentu siły tarcia przenoszonego przez sprężło przyjmują ustalone wartości zależne od parametru γ .



Rys. 15. Zmiany momentu siły tarcia przenoszonego przez sprężło.

Poniżej przedstawione zostały przykładowe wyniki numeryczne modelu opisującego zjawiska cieplne w sprzęgle ciernym. Na początek rozważono przypadek równomiernie rozłożonych nacisków na całej powierzchni styku okładzin ciernych sprzęgła. Rysunek 16 przedstawia rozkłady temperatury bezwymiarowej $T(r, \infty)$ w stanie ustalonym, tzn. gdy rozkłady te mają stały, niezależny od czasu rozkład na całej powierzchni styku okładzin. Obliczenia przeprowadzono dla różnych wartości parametrów $c_1 = c_2$ charakteryzujących rozważany układ.

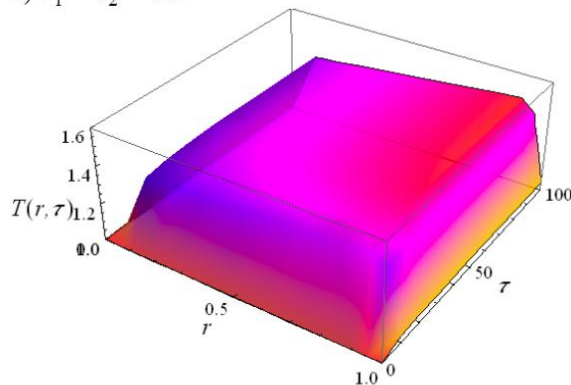


Rys. 16. Ustalone rozkłady temperatury na powierzchni styku okładzin.

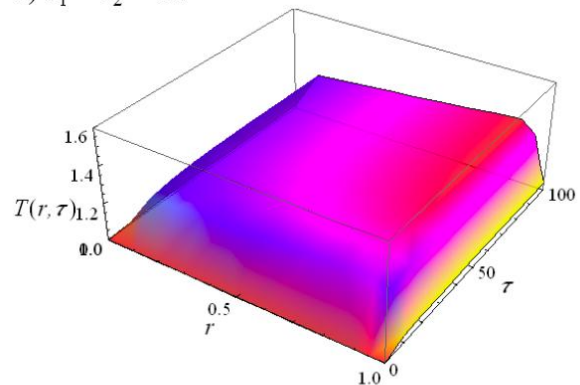
W tym przypadku rozkłady temperatury osiągają stan ustalony. Wewnątrz powierzchni styku okładzin temperatura zmienia się liniowo z promieniem r , podczas gdy na granicach styku okładzin temperatura jest znacznie mniejsza. Dla większych wartości c_1 i c_2 odpowiedzialnych za przewodności cieplne okładzin temperatury w stanie ustalonym są mniejsze niż dla mniejszych wartości tych parametrów.

Na rys. 17 przedstawiono ewolucje czasowe otrzymanych wcześniej ustalonych rozkładów temperatury.

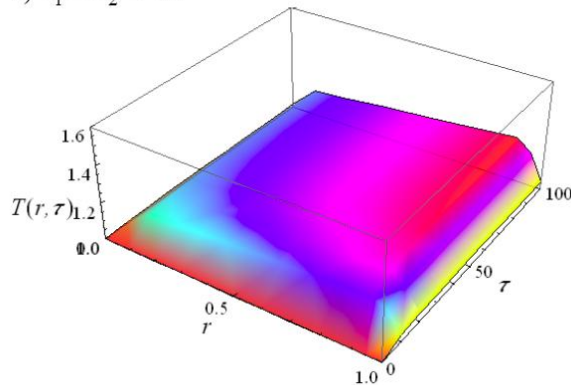
a) $c_1 = c_2 = 0.2$



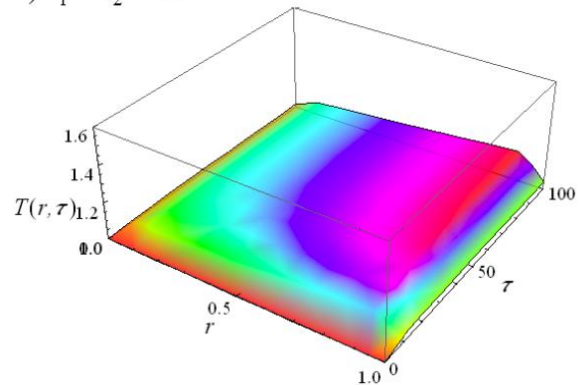
b) $c_1 = c_2 = 0.3$



c) $c_1 = c_2 = 0.5$

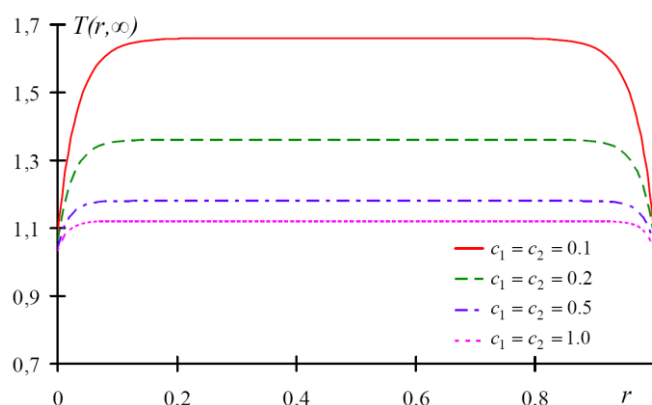


d) $c_1 = c_2 = 1.0$



Rys. 17. Ewolucje czasowe rozkładów temperatury na powierzchni okładzin.

Analizę numeryczną modelu matematycznego opisującego zjawiska cieplne w sprzęgle ciernym przeprowadzono również dla przypadku ustalonego rozkładu nacisków na powierzchni styku okładzin sprzęgła o postaci $p(r, \tau) = A/r$, gdzie $A = const$. Rysunek 18 przedstawia ustalone rozkłady temperatury na powierzchni okładzin sprzęgła dla różnych wartości parametrów c_1 i c_2 .



Rys. 18. Ustalony rozkład temperatury na powierzchni styku okładzin.

Rozkłady temperatury osiągają stan ustalony ze względu na ustalenie się równowagi cieplnej pomiędzy wytwarzanym w sprzęgle ciepłem a ciepłem przekazywanym do otoczenia okładzin, tzn. do tarcz sprzęgła oraz otaczającego je ośrodka (np. powietrza). Wewnątrz powierzchni styku okładzin temperatura jest stała niezależnie od promienia r , podczas gdy na granicach styku okładzin temperatura jest znacznie mniejsza. To zmniejszenie się temperatury na granicach styku okładzin wynika z wymiany ciepła pomiędzy okładzinami a otaczającym powietrzem. Ponadto dla większych wartości parametrów c_1 i c_2 charakteryzujących w postaci bezwymiarowej przewodności cieplnej okładzin temperatury w stanie ustalonym są mniejsze niż dla mniejszych wartości tych parametrów. Wynika to z większej prędkości rozchodzenia się w okładzinach ciepła co powoduje szybszy odpływ energii cieplnej z wewnętrznej części styku na jego granice, gdzie ciepło jest oddawane do otoczenia.

7. Podsumowanie i wnioski końcowe

Przedstawiona praca poświęcona jest badaniu zjawisk i procesów tribologicznych na styku powierzchni okładzin mechanicznego sprzęgła ciernego. Przedstawione wyniki dotyczyły zarówno procesów zużywania okładzin ciernych jak i procesów wytwarzania i rozchodzenia się w sprzęgle ciernym ciepła w wyniku tarcia. Do modelowania i symulacji komputerowych procesów zużywania zastosowano ogólny nieliniowy różniczkowy model zużycia, gdzie prędkość zużycia jest nieliniową funkcją ciśnienia stykowego i prędkości ślizgania. Ponadto do modelowania i symulacji komputerowych procesów zużywania zastosowano również całkowity model zużycia uwzględniający procesy dziedziczenia i pamięci. W czasie symulacji zjawisk cieplnych w sprzęgle uwzględniono nierównomierny rozkład strumienia wytwarzanego ciepła, przewodnictwo cieplne poszczególnych materiałów ciernych oraz przekazywanie ciepła pomiędzy okładzinami ciernymi i ich otoczeniem. Przeprowadzone w pracy badania eksperymentalne miały na celu potwierdzenie proponowanych modeli matematycznych opisujących procesy tribologiczne występujące w mechanicznym sprzęgle ciernym. Procesy zużywania materiału okładzin ciernych sprzęgła zostały zweryfikowane doświadczalnie, chociaż uzyskane wyniki porównano jedynie z obliczeniami numerycznymi uzyskanymi dla liniowego modelu zużycia. Jednakże udało się wykazać, że zmniejszanie się momentu siły tarcia przenoszonego przez sprzęgło przy stałej sile dociskającej tarczy czy też zmiany rozkładu ciśnienia stykowego zachodzą zgodnie z zaproponowanym modelem matematycznym. Również przeprowadzona prosta jakościowa weryfikacja doświadczalna modelu opisującego procesy cieplne w sprzęgle wskazuje na stosunkowo dobrą zgodność jakościową rozwiązań numerycznych z wynikami badań doświadczalnych. W wyniku przeprowadzonej analizy numerycznej w szerszym zakresie zmian parametrów możliwe było wyznaczenie nierównomiernych rozkładów ciśnienia stykowego jak i zużycia poszczególnych okładzin sprzęgła na powierzchni stykających się materiałów ciernych dla dowolnej chwili czasowej. Pozwala to na lepsze zrozumienie mechanizmów zużywania się okładzin

sprzęgła, które wykorzystać można np. do analizy wytrzymałościowej tego typu układów. Uwzględnianie zmian rozkładu ciśnienia stykowego pozwala na dokładniejsze wyznaczanie momentu siły tarcia przenoszonego przez sprzęgło. Przedstawiony model opisujący zjawiska cieplne w sprzęgłe pozwolił na wyznaczenie rzeczywistych rozkładów temperatury na powierzchni styku okładzin ciernych sprzęgła, co potwierdzone zostało doświadczalnie przy pomocy prostego eksperymentu. Jednoczesne modelowanie zjawisk tarciovych, procesów zużywania oraz procesów wytwarzania i rozchodzenia się w sprzęgłe ciepła pozwala zatem na dokładniejsze wyznaczanie momentu siły tarcia, przez co możliwe jest dokładniejsze prognozowanie dynamiki całego układu napędowego, który zawiera rozważane w pracy sprzęgło.

Praca została napisana w ramach grantu badawczego nr 0040/B/T02/2010/38 Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego na lata 2010-2012 oraz programu MISTRZ Fundacji na Rzecz Nauki Polskiej na lata 2010-2012.

Literatura

- [1] Alexandrov V.M., Annakulova G.K., Contact problem of the thermoelasticity with wear and frictional heat generation, *Treniye i Iznos*, 11, 1990, 24-28. (w jęz. rosyjskim)
- [2] Archard J.F., Contact and rubbing of flat surface, *J. Applied Physics*, 24(8), 1953, 981-988.
- [3] Ashraf M.A., Sobhi-Najafabadi B., Gol O., Sugumar D., Numerical simulation of sliding wear for a polymer-polimer sliding contact in an automotive application, *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, 41, 2009, 1118-1129.
- [4] Blau P.J., Fifty years of research on the wear of metals, *Tribology International*, 30(5), 1997, 321-331.
- [5] Czel B., Varadi K., Albers A., Mitariu M., Fe thermal analysis of a ceramic clutch, *Tribology International*, 42, 2009, 714-723.
- [6] Evtushenko O.O., Ivanyk E.H., Horbachova N.V., Analytical methods for thermal calculation of brakes (review), *Materials Science*, 36(6), 2000, 857-862.
- [7] Gavrikov M.V., Mazing R.L., The hereditary-ageing model of wear and its application to problems with monotonically increasing contact zone, *Treniye i Iznos*, 9(2), 1988, 274-279. (w jęz. rosyjskim)
- [8] Goldstein R.J., Eckert E.R.G., Ibele W.E., Patankar S.V., Simon T.W., Kuehn T.H., Strykowski P.J., Tamma K.K., Bar-Cohen A., Heberlein J.V.R., Davidson J.H., Bischof J., Kulacki F.A., Kortshagen U., Garrick S., Heat transfer – a review of 1999 literature, *International Journal of Heat and Mass Transferr*, 44, 2001, 3579-3699.
- [9] Goldstein R.J., Eckert E.R.G., Ibele W.E., Patankar S.V., Simon T.W., Kuehn T.H., Strykowski P.J., Tamma K.K., Bar-Cohen A., Heberlein J.V.R., Davidson J.H., Bischof J., Kulacki F.A., Kortshagen U., Garrick S., Srinivasan V., Heat transfer – a review of 2002 literature, *International Journal of Heat and Mass Transferr*, 48, 2005, 819-927.
- [10] Goldstein R.J., Ibele W.E., Patankar S.V., Simon T.W., Kuehn T.H., Strykowski P.J., Tamma K.K., Bar-Cohen A., Heberlein J.V.R., Davidson J.H., Bischof J., Kulacki F.A., Kortshagen U., Garrick S., Srinivasan V., Heat transfer – a review of 2003 literature, *International Journal of Heat and Mass Transferr*, 49, 2006, 451-534.
- [11] Grzelczyk D., Dynamika i procesy tribologiczne w układzie mechatronicznym ze sprzęgłem ciernym, Rozprawa doktorska, Promotor Jan Awrejcewicz, Politechnika Łódzka, 2010, 133 stron.
- [12] Kragelsky I.V., Dobychin M.M., Kombatov V.M., Fundamentals of the numerical analysis of friction and wear, *Mashinostroenie*, Moskwa, 1977. (w jęz. rosyjskim)
- [13] Kuzmenko A.G., Contact problems allowing for wear for cylindrical sliding supports, *Treniye i Iznos*, 2(3), 1981, 502-512. (w jęz. rosyjskim)
- [14] Olesiak Z., Pyryev Yu., Yevtushenko A., Determination of temperature and wear during braking, *Wear*, 210, 1997, 120-126.
- [15] Pyryev Yu., Yevtushenko A., The influence of the brakes friction elements thickness on the contact temperature and wear, *Heat and Mass Transfer*, 36, 2000, 319-323.
- [16] Pyryev Yu., Dynamika układów kontaktowych z uwzględnieniem wytwarzania ciepła, tarcia i zużycia, Praca habilitacyjna, Politechnika Łódzka, Łódź, 2004.

- [17] Williams J.A., Wear and wear particles - some fundamentals, *Tribology International*, 38(10), 2005, 863–870.
- [18] Yevtushenko A.A., Kulchytsky-Zhyhailo R.D., Simplified solution for elliptical-contact problem with wear, *Int. Engng Sci.*, 35(14), 1997, 1327-1334.
- [19] Yevtushenko A., Pyryev Yu., The applicability of a hereditary model of wear with an exponential kernel in the one-dimensional contact problem taking frictional heat generation into account, *J. Appl. Maths. Mechs.*, 63(5), 1999, 795-801.
- [20] Zhao S., Hilmas G.E., Dharani L.R., Behavior of a composite multidisk clutch subjected to mechanical and frictionally excited thermal load, *Wear*, 264, 2008, 1059–1068.

Modelowanie i badania numeryczne/eksperymentalne zjawisk kontaktowych i procesów zużycia w mechanicznym sprzęgle ciernym

Streszczenie. Praca przedstawia badania numeryczne i eksperymentalne zjawisk kontaktowych i procesów zużycia występujących na powierzchni styku okładzin mechanicznego sprzęgła ciernego. Rozważane zagadnienia badane były wcześniej, jednakże stosowane i wykorzystywane były wówczas uproszczone modele matematyczne. Nasza praca uwzględnia sprężystość i właściwości ścierne materiału trących się okładzin ciernych. Ogólny nieliniowy różniczkowy model zużycia oraz model zużycia w postaci całkowitej były rozważane. Ponadto przedstawiliśmy wyniki opisujące zjawiska cieplne (wytwarzanie i rozchodzenie się ciepła) w rozważanym układzie. Wiele interesujących wyników zostało uzyskanych, zilustrowanych i przedyskutowanych. Wyniki numeryczne zostały porównane z wynikami eksperymentalnymi.