

*Promotio Doctoris Honoris Causa*



*Scientiarum Technicarum  
Scholae Lodziensis*



*Professoris  
Peter Hagedorn*

SCIENTIARUM TECHNICARUM  
SCHOLAE LODZIENSIS

**Professoris  
P. Hagedorn**

**PROMOTIO  
DOCTORIS HONORIS CAUSA**

Anno Domini MMXVII

OPRACOWANIE WYDAWNICZE

mgr inż. *Marek Kaźmierczak*

Skład komputerowy i łamanie mgr inż. *Marek Kaźmierczak*

© Copyright by  
Faculty of Mechanical Engineering  
Lodz University of Technology 2017

All Rights Reserved  
Printed in Poland

## Curriculum Vitae



Prof. Peter Hagedorn was born on April 15<sup>th</sup>, 1941 in Berlin, Germany.

His main research fields include dynamics and vibrations, active and passive damping and control of structures as well as dynamic stability.

In 1959, he started studying Mechanical Engineering at the Escola Politécnica da Universidade de Sao Paulo, Brazil, where he received an engineer's and then doctor's degrees in 1964 and 1966, respectively. Then, P. Hagedorn moved to Karlsruhe, Germany, where he held the position of a research assistant at the Institute of Mechanics of the University of Karlsruhe. His theories contributing to a considerable progress in solving one of the classical problems in analytical mechanics (the problem of inverting the Classical Lagrange-Dirichlet Stability Theorem) formed the contents of P. Hagedorn's habilitation thesis defended at the University of Karlsruhe in 1971.

During his professional career, P. Hagedorn served as, for instance, a Visiting Professor at several reputable universities all over the world (e.g. in Rio de Janeiro (Brazil), Hanoi, Paris, Berkeley, Christchurch (New Zealand), Irbid (Jordan), and Beijing), a Research Fellow at the Stanford University, a Vice President of TU Darmstadt, and, most recently, the Head of the Dynamics and Vibrations Group at the TU Darmstadt.

P. Hagedorn supervised over 40 PhD theses and 4 Habilitation theses. Furthermore, he has been a reviewer, advisor or a member of editorial boards of numerous renowned scientific journals, organizer and chairman of several scientific conferences. For several years, he

was also a member of different committees of the Alexander von Humboldt-Foundation, the Krupp-Foundation, the Carl Zeiss-Foundation, the German Academic exchange service DAAD, etc.

He was awarded with the Akademie-Stipendium of the Volkswagen Foundation (1974-1978), the Alexander von Humboldt-CAPES Research Award (1998), and Den Hartog and the TMD Allan M. Lang Awards (both in 2013), and others.

**Professor Jan Awrejcewicz, *dr h. c. mult.***

**Corresponding member of the Polish Academy of Sciences**

***Promoter***

## LAUDATION

*dedicated to Professor Peter Hagedorn on the occasion of granting him the dignity of doctor honoris causa of the Lodz University of Technology.*

***Dear Rector, Dear Professors, Dear Colleagues,***

I have the honor and pleasure to represent, as the promoter, the will of the Faculty of Mechanical Engineering of the Lodz University of Technology and give the laudation praising the person and achievements of Prof. Peter Hagedorn who is one of the most outstanding specialists in the discipline of Mechanics, great authority in the international scientific community, respected academic teacher as well as science organizer and science manager.

Furthermore, Prof. Hagedorn is a responsible and loyal person with exemplary ethical attitude, great modesty, and extraordinarily high personal culture.

Professor Hagedorn's career is characterized by important academic and professional contributions in mechanical engineering, in particular in the fields of machine dynamics, analytical mechanics, engineering vibrations (linear and nonlinear), active control of vibrations, rotor dynamics and, more recently, mechatronics. He is a passionate and gifted academic teacher, and also a very much sought-after engineering consultant.

Peter's Hagedorn research activity was also focused on complex nonlinear phenomena of self-excited or forced vibrations occurring, for instance, in different dynamical problems connected to the

transmission and generation of electric power, such as wind-excited vibrations in the conductors of overhead transmission lines, but also in brake vibrations and brake squeal as well as in vibrations of paper machinery. All these activities caused Professor Hagedorn to be a sought-after advisor to different branches of industry, to utilities and to government and intergovernmental organizations.

Peter studied mechanical engineering at the Escola Politecnica da Universidade de Sao Paulo, Brazil, where he received master's degree in 1964. In 1966, he received a doctor's degree at the same university. His thesis dealing with the vibrations of machine foundations was supervised by the late Heinrich Peters, a former student of Ludwig Prandtl in Göttingen, Germany.

After completing his PhD in Brazil, Peter Hagedorn moved to Karlsruhe, Germany, where he first held the position of a research assistant at the Institute of Mechanics of the University of Karlsruhe. He was a member of Professor Mettler's group, which was at that time world famous for the research activities in the field of linear and nonlinear parametric vibrations.

What should be particularly emphasized, Peter has contributed to a considerable progress in solving one of the classical problems in analytical mechanics, which is the problem of inverting the Classical Lagrange-Dirichlet Stability Theorem. Using a novel approach, Peter succeeded in proving important new instability theorems in analytical mechanics. These theorems formed the contents of his Habilitation thesis at the University of Karlsruhe in 1971.

Shortly after completing his Habilitation, at age 31, Peter was offered a tenured professorships in Applied Mathematics at the Universities of Tübingen and Bochum. At the same time he was awarded the prestigious Academy Fellowship ("Akademiestipendium") by the Volkswagen Foundation, and he decided to spend two years

as a postdoc at the Department of Aeronautics and Astronautics of Stanford University, where he worked on the celestial mechanics, including satellite dynamics, among others.

Returning from Stanford, Peter took over the position for the late Professor Karl Klotter in Darmstadt.

Professor Peter Hagedorn has been always putting a great effort to the education of both graduate and undergraduate students. He had courses on engineering mechanics, linear and nonlinear vibrations, wave propagation, multi-body dynamics, space and celestial mechanics, and many others. He has advised over 40 doctoral students and 4 postdocs who obtained a habilitation under his supervision.

At his home University, the TU Darmstadt, Peter Hagedorn served as a Director of the Institute of Applied Mechanics, a Dean, and also for two years as Vice-President.

Furthermore, Prof. Hagedorn is a reviewer, advisor or a member of editorial boards of numerous renowned scientific journals.

Due to Prof. Hagedorn's outstanding research, many scientists from all over the world spent their research stays in Darmstadt under Peter's supervision. For instance, 5 of the 13 past recipients of the prestigious Den Hartog Award have spent at least several months with Peter. What should be strongly emphasized, over 30 recipients of the Humboldt Research Award and the Humboldt Research Fellowship, both awarded by the Alexander von Humboldt-Foundation realized their research in the group of Prof. Hagedorn. This proves the highest respect of the international scientific community to Peter's group.

Peter Hagedorn also served as visiting professor in numerous famous universities abroad.

Professor Hagedorn received many prestigious awards, and let me mention only the last one, i.e. the Den Hartog Award 2013, USA,



being the highest award presented by the American Society of Mechanical Engineering ASME to scientists working in the field of Dynamics and Vibrations

The contact between me and Prof. Hagedorn was established during numerous seminars and conferences in Germany, during which we exchanged our views on nonlinear mechanics. Then, Prof. Peter Hagedorn invited me to apply for the Alexander von Humboldt Award and offered his help and supervision in case of becoming a fellow. I was supervised by Peter at the Fraunhofer Institute in Darmstadt in years 2010-2011, and then a close cooperation between us and our research groups has started. Prof. Hagedorn visited the Department of Automation, Biomechanics and Mechatronics of the Lodz University of Technology in 2012, where he was familiarized with the research and scientific program of the department. He also gave a keynote speech at the international conference “Mechatronics: Ideas for Industrial Applications” in Warsaw during his visit.

In this short speech I am not able to fully demonstrate all the merits of Prof. Hagedorn for the development of science and scientific community by forming ideals and universal values.

Introducing Prof. Hagedorn, his scientific and professional achievements as well as his merits for different communities, I strongly believe that the title of *doctor honoris causa* of the Lodz University of Technology is conferred to a person of great authority and recognition; an extraordinary man, an outstanding scientist, who, despite his high position in the scientific and academic societies, is still a warm, kind person with great empathy, still willing to establish new relations and cooperation.

The *doctor honoris causa* is the highest dignity that can be awarded by the academic community of the university to outstanding scientists

or personalities for their achievements. Today, we would like to award this honorary degree to the distinguished scientist, Prof. Peter Hagedorn. As the person representing the will of the Faculty of Mechanical Engineering and the Senate of the Lodz University of Technology, I have the honor of asking you, Professor, to accept the honorary degree of the Lodz University of Technology, by which we express our great admiration and respect for you and your outstanding accomplishments for the international and Polish scientific communities in the field of Mechanics.

Jan Awrejcewicz



# Uchwały i opinie



NA MOCY USTAWY RZECZYPOSPOLITEJ POLSKIEJ

MY

REKTOR

**SŁAWOMIR WIAK**

PROFESOR INFORMATYKI I ELEKTROTECHNIKI

DZIEKAN WYDZIAŁU MECHANICZNEGO

**TOMASZ KUBIAK**

PROFESOR MECHANIKI

PROMOTOR

**JAN AWREJCWICZ**

PROFESOR MECHANIKI

W IMIENIU SENATU AKADEMICKIEGO POLITECHNIKI ŁÓDZKIEJ

NADAJEMY

## **PETEROWI HAGEDORNOWI**

PROFESOROWI NAUK TECHNICZNYCH

WSPÓŁTWÓRCY NIEMIECKIEJ I BRAZYLJSKIEJ SZKOŁY MECHANIKI

PROFESOROWI UNIwersYTETU TECHNICZNEGO W DARMSTADT

WYBITNEMU UCZONEMU

UZNANEMU AUTORYTETOWI W DZIEDZINIE MECHANIKI I MATEMATYKI STOSOWANEJ

CZŁOWIEKOWI WIELKIEGO INTELEKTU I TRWAŁYCH ZASAD MORALNYCH

ZYCZLIWIE WSPIERAJĄCEMU ROZWÓJ KADRY NAUKOWEJ

WYDZIAŁU MECHANICZNEGO POLITECHNIKI ŁÓDZKIEJ


TYTUŁ, GODNOŚĆ I PRAWA

## **DOKTORA HONORIS CAUSA**

W DOWÓD CZEGO DYPLOM TEN POTWIERDZAMY NASZĄ PIECZĘCIĄ

ŁÓDŹ, 12 GRUDNIA 2017 ROKU

  
**SŁAWOMIR WIAK**  
REKTOR

  
**TOMASZ KUBIAK**  
DZIEKAN

  
**JAN AWREJCWICZ**  
PROMOTOR

Q.F.F.



F.Q.S.

SUMMIS AUSPICIIS  
SERENISSIMAE REI PUBLICAE POLONORUM  
EIUSQUE LEGIBUS

NOS

**SLAVOMIRUS WIAK**  
INFORMATICA ET ELECTROTECHNICA PROFESSOR  
H.T. SCIENTIARUM TECHNICARUM SCHOLAE LODZIENSIS RECTOR MAGNIFICUS

ET

**THOMAS KUBIAK**  
MECHANICAE PROFESSOR  
H.T. ORDINIS MECHANICI DECANUS

ET

**IOANNES AWREJCWICZ**  
MECHANICAE PROFESSOR  
PROMOTOR RITE CONSTITUTUS

SCIENTIARUM TECHNICARUM SCHOLAE LODZIENSIS SENATUS AUCTORITATE

IN

VIRUM CLARISSIMUM

**PETRUM HAGEDORN**

SCIENTIARUM TECHNICARUM PROFESSOREM  
QUI IN CONDENDA SCHOLA MECHANICAE  
GERMANORUM AC BRASILIENSIVM  
CREATIVAM HABUIT PARTEM

PROFESSOREM  
UNIVERSITATIS STUDIORUM TECHNICORUM DARMSTADIENSIS

EXCELLENTIEM VIRUM DOCTUM  
QUI OB SUA EGREGIA MERITA IN PROGRESSUM MECHANICAE  
ET MATHEMATICAE AD USUM VERSAE  
APPROBATA UNIVERSE AUCTORITATE SCIENTIALI  
PRAEDITUS EST

MAGNI INTELLECTUS  
ATQUE CERTORUM PRINCIPIORUM MORALIUM  
HOMINEM  
QUI AD NUMERUM DOCTORUM  
ORDINIS MECHANICI POLYTECHNICAE LODZIENSIS  
CRESCENDUM  
ILLORUMQUE QUALIFICATIONES AUGENDAS  
PLURIMUM VALUIT

**DOCTORIS HONORIS CAUSA**

NOMEN DIGNITATEM IURA CONTULIMUS  
IN EIUSQUE REI FIDEM HOC DIPLOMA SIGILLO SANCIENDUM CURAVIMUS

DATUM LODZIAE PRIDIE IDUS DECEMBRES ANNO MMXVII

**SLAVOMIRUS WIAK**  
RECTOR MAGNIFICUS

**THOMAS KUBIAK**  
DECANUS

**IOANNES AWREJCWICZ**  
PROMOTOR RITE CONSTITUTUS



16.01.2017

Prof. zw. dr hab. inż. Jacek Przybylski

Opinia  
w związku z postępowaniem o nadanie  
**Profesorowi Peterowi Hagedornowi**  
tytułu  
**Doktora Honoris Causa Politechniki Łódzkiej**

**Podstawa opinii**

Niniejsza opinia została opracowana na podstawie uchwały Senatu Politechniki Częstochowskiej Nr 17/2016/2017 z dnia 7.12.2016 r. w związku z postępowaniem o nadanie Profesorowi Peterowi Hagedornowi tytułu Doktora Honoris Causa Politechniki Łódzkiej.

**1. Sylwetka Kandydata**

Profesor Dr. Eng. Peter Bernd Hagedorn urodził się w 1941 r. w Berlinie. Swoją młodość spędził w San Paulo w Brazylii, gdzie przebywał do 1967 r. W latach 1959–64 studiował na Wydziale Inżynierii Mechanicznej w Escola Politecnica da Universidade de Sao Paulo (EPUSP). Po obronie doktoratu na tej samej uczelni w 1966 r. powrócił do Niemiec, aby rozpocząć pracę na stanowisku asystenta w Instytucie Mechaniki Uniwersytetu Karlsruhe, którą kontynuował do 1969 r. W latach 1969–70 pracował na stanowisku profesora wizytującego w Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa em Engenharia (COPPE) w Rio de Janeiro. Następny okres pracy (1971–73) dotyczy zatrudnienia na stanowisku asystenta, a następnie, po uzyskaniu w 1972 r. stopnia naukowego doktora

habilitowanego, na stanowisku adiunkta w Uniwersytecie Karlsruhe. W latach 1973–74 przebywał na Wydziale Aeronautyki i Astronautyki Uniwersytetu Stanforda (USA), by po powrocie do Niemiec w 1974 r. otrzymać stanowisko profesora zwyczajnego na Uniwersytecie Technicznym Darmstadt, które piastuje do dzisiaj. Profesor Peter Hagedorn pełnił szereg odpowiedzialnych funkcji zarówno w macierzystej uczelni, gdzie był dziekanem Wydziału Mechanicznego i prorektorem, jak również w wielu niemieckich i międzynarodowych komitetach, organizacjach i towarzystwach naukowych. W trakcie swojej kariery naukowej pracował w charakterze profesora wizytującego na wielu uniwersytetach, m.in. w Berkeley, Paryżu, Irbidzie (Jordania) i Christchurch (Nowa Zelandia). Obecnie, jako profesor emerytowany, jest szefem grupy naukowej w Uniwersytecie Darmstadt, która zajmuje się dynamiką i drganiami w układach mechanicznych.

## 2. Działalność naukowa

Podstawowy zakres działalności naukowo-badawczej Profesora Petera Hagedorna o niezwykle istotnym i powszechnie uznanym wkładzie do nauki światowej dotyczy inżynierii mechanicznej, a w szczególności dynamiki układów mechanicznych, mechaniki analitycznej, drgań liniowych i nieliniowych, kontroli drgań, dynamiki wirników oraz mechatroniki. Jego działalność naukowa koncentrowała się na następujących głównych kierunkach:

- badaniu drgań nieliniowych układów mechanicznych z uwzględnieniem nieliniowych współczynników tłumienia,
- badaniu niestabilności rozwiązań różniczkowych równań ruchu na podstawie zasady wariacyjnej Jacobiego bez konieczności ingerowania w same równania, co w połączeniu z dowodami twierdzeń niestabilności stało się przedmiotem rozprawy habilitacyjnej (Karlsruhe, 1971 r.),
- dynamice satelitarnej i mechanice lotów kosmicznych,
- teorii i zastosowaniu gier różniczkowych,



- zagadnieniach dynamicznych związanych z wytwarzaniem i przesyłaniem energii elektrycznej, a w szczególności badaniu drgań samowzbudnych przewodów napowietrznych wywołanych opływem powietrza; badania dotyczyły także niestabilności aerodynamicznych towarzyszących temu zjawisku (flutter),
- teorii piezoelektryczności i jej zastosowania w aktuatorach i silnikach piezoelektrycznych z ultradźwiękowymi falami powierzchniowymi,
- badaniach wpływu naprężeń mechanicznych na pole elektryczne generowane w piezoaktuatorach,
- niestabilności dynamicznych w procesach hamowania kół pojazdów,
- badaniu drgań łożysk kalandrów maszyn papierniczych.

Efektom pracy naukowej Profesora jest niezwykle bogaty dorobek publikacyjny w światowej literaturze specjalistycznej, którego charakterystyczną cechą jest łączenie podstawowej wiedzy naukowej – teoretycznej i eksperymentalnej - z praktyką. Warto podkreślić, że wiele publikacji Profesora Petera Hagedorna stanowi fundamentalne pozycje w specjalistycznej literaturze technicznej, wykorzystywanej powszechnie zarówno przez teoretyków, jak i praktyków. Dorobek naukowy Profesora obejmuje **283** znaczące publikacje indywidualne i współautorskie, w tym **11** monografii, **7** rozdziałów w monografiach, **4** podręczniki akademickie, **9** wydawnictw monograficznych o charakterze raportów technicznych, **121** prac opublikowanych w renomowanych czasopismach naukowych, **120** referatów w materiałach konferencji naukowych odbywanych na wszystkich kontynentach oraz **8** patentów.

Profesor Peter Hagedorn jest członkiem komitetów redakcyjnych, jak również recenzentem w prestiżowych czasopismach naukowych, wśród których należy wymienić: *Acta Mechanica*, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, *Engineering Structures*, *International Journal of Solids and Structures*, *Journal of Sound and Vibration*, *Mechanics Research Communications*, *International*

*Journal of Non-Linear Mechanics, Ultrasonics, Mechanical Systems and Signal Processing, Mechanics and Control, Journal of Modeling, Simulation, Identification and Control, Mechatronics, Journal of Applied Mechanics (ASME)* i wielu innych.

Jest twórcą i organizatorem serii konferencji międzynarodowych, m.in.: powszechnie znanych w środowisku mechaników sympozjum Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach, specjalnych sesji na corocznym GAMM, na MOVIC, ISROMAC, ICVCS i innych. W ostatnim okresie był jednym z organizatorów seminarium naukowego EUROMECH (532 – *Time-Periodic Systems (TPS), Current Trends in Theory and Application*) w Darmstadt i Frankfurtcie, przewodniczył także obradom w trakcie Sympozjum IUTAM („*Analytical Methods in Nonlinear Oscillations*”) we Frankfurtcie.

Na szczególną uwagę zasługuje działalność inżynierska Profesora i liczne realizowane przez Niego prace badawcze kierowane bezpośrednio do odbiorców z przemysłu, jak również rządu i agencji rządowych. Wśród firm zainteresowanych badaniami Profesora Petera Hagedorna znajdują się megakoncerny samochodowe: BMW (dynamika układu napędowego), Daimler-Benz (hałas opon, silniki piezoelektryczne), OPEL (optymalizacja widma częstotliwości drgań własnych tarcz hamulcowych), Porsche (dynamika hamulców i eliminacja hałasu hamulców), Volkswagen (dynamika opon i drgań kierownicy pojazdów), koncerny lotnicze: Dornier (sterowanie i stabilność bezzałogowego helikoptera), koncerny medyczne: Roche-Diagnostics (aktuatory piezoelektryczne), grupa Bosch (aktuatory piezoelektryczne, symulacja i sterowanie dynamiki pojazdów w czasie rzeczywistym), grupa Mannesmann (dynamika i drgania dźwigów), Voith Paper (drgania w maszynach papierniczych), TMD Friction (aktywne klocki hamulcowe) i wiele innych o istotnym znaczeniu dla gospodarki europejskiej.

### 3. Działalność dydaktyczna

Działalność dydaktyczna Profesora Petera Hagedorna, oprócz prowadzenia wykładów, konwersatoriów i seminariów w ramach studiów inżynierskich, magisterskich i podyplomowych z mechaniki wektorowej i analitycznej, drgań liniowych i nieliniowych, dynamiki ciał sztywnych i odkształcalnych, mechaniki kosmicznej, mechaniki ruchu planet, metod perturbacyjnych, teorii drgań losowych i innych, dotyczy także promotorstwa prac dyplomowych i doktorskich. Profesor był opiekunem naukowym i promotorem ponad 40 doktorantów, a obecnie sprawuje opiekę nad kilkorgiem doktorantów i stażystów po doktoracie. Był również inicjatorem Workshop on the Didactics of Engineering, które przez wiele lat odbywały się w Mathematische Forschungsinstitut w Oberwolfach. Wielu wybitnych niemieckich profesorów mechaniki jest byłymi doktorantami lub współpracownikami Profesora, m.in. kierownicy katedr z Hannoveru, Berlina, Karlsruhe, Ilmenau, Wuppertalu oraz Cooperative State University w Mannheim. Jego wychowankowie piastują także eksponowane miejsca w uniwersytetach na całym świecie, m.in. w Brazylii, Nowej Zelandii, Chinach, Indiach i Stanach Zjednoczonych. Należy wspomnieć, że podopieczni Profesora Petera Hagedorna z Uniwersytetu Darmstadt otrzymali ponad 30 wyróżnień i stypendiów naukowych na uniwersytetach Europy i świata. Stanowią oni także grupę, spośród której jest najwięcej laureatów Nagrody Humboldta w dziedzinie mechaniki.

Profesor Peter Hagedorn jest autorem licznych monografii i podręczników, spośród których Jego trzytomowa *Mechanika techniczna* („*Engineering Mechanics*”) jest podstawową pozycją w niemieckich uczelniach technicznych. Jest także autorem dwutomowej monografii "*Linear Vibrations*" oraz pozycji "*Nonlinear Vibrations*" (wyd. Oxford University Press). W roku 2008 wraz z Profesorem Anirvanem DasGuptą wydał książkę o drganiach i falach w ciągłych układach mechanicznych („*Vibrations and Waves in Continuous Mechanical Systems*”, wyd. Wiley). Kolejna monografia pt. "*Technische*

*Schwingungslehre*", dotycząca drgań liniowych w układach dyskretnych, została napisana wraz z Profesorem Danielem Hochlenertem w 2012 roku; obecnie planowane jest jej wydanie w wersji angielskojęzycznej. Wszystkie wymienione pozycje są niezwykle popularne i pomocne w nauczaniu przedmiotów technicznych w uczelniach niemieckich i europejskich.

Ponadto, Profesor Peter Hagedorn brał udział w rozwoju istniejących, jak również tworzeniu nowych programów nauczania. Na początku lat 90. ubiegłego wieku opracował pięcioletni plan studiów na tworzonym w Uniwersytecie Sao Paulo kierunku *Mechatronika*. Na Uniwersytecie w Darmstadt zreformował kierunek *Mechanika Stosowana* na studiach inżynierskich i współtworzył nowy program studiów magisterskich na tym kierunku.

#### 4. Podsumowanie i wnioski końcowe

Wysiłek i osiągnięcia Profesora Petera Hagedorna nie mogły pozostać niezauważone przez szersze grona, nie tylko akademickie. Profesor jest laureatem wielu znaczących nagród, otrzymał liczne tytuły honorowe i godności nadane przez najwybitniejsze ośrodki naukowe i przemysłowe, a wśród nich:

- Academy Award (Akademiestipendium) Fundacji Volkswagena, 1972
- Russel Severance Springer Professorship, Wydziału Mechanicznego Uniwersytetu Kalifornijskiego w Berkeley, 1985
- Nagroda CAPES-Humboldt, przyznawana przez CAPES, Brazylia, 1998 (pierwszy w historii laureat tej nagrody)
- Erskine Fellow, Uniwersytet Canterbury w Christchurch, Nowa Zelandia, 1999
- Erskine Fellow, Uniwersytet Canterbury w Christchurch, Nowa Zelandia, 2002
- Nagroda Den Hartoga (najwyższe wyróżnienie przyznawane przez American Society of Mechanical Engineering naukowcom działającym w dziedzinie dynamiki i drgań), USA, 2013.

Wieloaspektowa i różnokierunkowa współpraca Profesora Petera Hagedorna z Politechniką Łódzką, a w szczególności z Wydziałem Mechanicznym trwa od kilkadziesiąt lat i stanowi kontynuację kontaktów między łódzką Uczelnią a Uniwersytetem Technicznym w Brunszwicku nawiązanych w 1984 roku. Jego wizyty w Politechnice Łódzkiej odbywały się w ramach bezpośrednich kontaktów naukowych między pracownikami Zakładu, a następnie Katedry Automatyki, Biomechaniki i Mechatroniki kierowanej przez Profesora Jana Awrejcewicza. Profesor Peter Hagedorn zaprosił Profesora Jana Awrejcewicza do udziału w konkursie o Nagrodę Fundacji im. Alexandra von Humbolta. Efektem tej Nagrody były m.in. liczne publikacje i wykłady na konferencjach międzynarodowych w zakresie dynamiki nieliniowej w układach mechatronicznych. Profesor Peter Hagedorn brał udział w seminariach organizowanych przez Katedrę oraz współorganizował sympozjum "*Bifurcations and chaos in mechanical/mechatronical systems*". Został także zaproszony do wygłoszenia referatu w trakcie konferencji "*Mechatronics: Ideas for Industrial Applications*", a od 2011 roku jest członkiem Komitetu Naukowego konferencji "*Dynamical Systems - Theory and Applications*", organizowanej co dwa lata przez Katedrę Automatyki, Biomechaniki i Mechatroniki PŁ.

Bogata, różnorodna i niezwykle efektywna praca naukowa i działalność inżynierska Profesora Petera Hagedorna, a także Jego wszechstronny dorobek naukowy wsparty aktywnością dydaktyczną, organizacyjną i innowacyjną nosi wszelkie znamiona wybitności. Profesor jest jednym z najbardziej wpływowych uczonych w dziedzinie mechaniki na świecie. Wniosek Rady Wydziału Mechanicznego Politechniki Łódzkiej o nadanie tytułu i godności Doktora Honoris Causa tej Uczelni Profesorowi Peterowi Hagedornowi uważam za w pełni uzasadniony. Nadanie tego tytułu przez Senat Politechniki Łódzkiej będzie powodem dumy całego środowiska akademickiego polskich uczelni technicznych.

Warszawa, 21 grudnia 2016 r.

Prof. dr hab. inż.  
Włodzimierz Kurnik  
Politechnika Warszawska

## Opinia

dla Senatu Politechniki Warszawskiej w sprawie poparcia wniosku  
o nadanie profesorowi Peterowi Hagedornowi tytułu doktora hono-  
ris causa Politechniki Łódzkiej

### 1. Wstęp

Profesor Peter Hagedorn jest wybitnym w skali światowej niemieckim matematykiem i mechanikiem prowadzącym badania naukowe w zakresie modelowania i analizy dynamicznej układów mechanicznych z uwzględnieniem matematycznych i technicznych aspektów ich stateczności, efektów nieliniowych i stochastycznych, dynamiki chaotycznej, a także zagadnień aktywnego tłumienia drgań i hałasu. Jest postacią bardzo dobrze znaną w światowym środowisku naukowym mechaniki teoretycznej i stosowanej, nie tylko dzięki swym osiągnięciom badawczym, ale również poprzez aktywną działalność międzynarodową, w tym między innymi na rzecz polsko-niemieckiej współpracy naukowej między uczonymi oraz instytucjami badawczymi.

Prof. Peter Hagedorn urodził się w roku 1941 w Berlinie. Studia wyższe w zakresie inżynierii mechanicznej ukończył w roku 1964 na Uniwersytecie w Sao Paulo w Brazylii, gdzie na stałe mieszkał od roku 1950. W roku 1966 na tym samym Uniwersytecie obronił pracę doktorską na temat drgań w budowie maszyn pod kierunkiem prof. Heinricha Petersa, który z kolei był uczniem Ludwiga Prandtla w Getyndze. Peter Hagedorn poszedł w ślady Prandtla, tworząc później - już w Niemczech - liczną i znaczącą szkołę naukową.

Wypromował ponad 40 doktorów, którzy zajmują dziś kluczowe pozycje akademickie lub przemysłowe na całym świecie. W roku 1967 dr Hagedorn wrócił na stałe do Niemiec, gdzie objął stanowisko wykładowcy na Uniwersytecie Karlsruhe i uzyskał habilitację w niemieckim systemie awansu akademickiego (1972). Od roku 1974 jest profesorem Uniwersytetu Technicznego w Darmstadt, od 6 lat emerytowanym, ale wciąż aktywnym uczonym.

Dorobek naukowy prof. Petera Hagedorna w zakresie różnych zagadnień mechaniki i budowy maszyn, pojazdów i innych urządzeń oraz ich zastosowań w technice jest tak duży, że mógłby być przedmiotem obszernego opracowania. W niniejszej opinii nie sposób odnieść się do wszystkich jego aspektów. Dlatego, w dalszej części eksponuję tylko te osiągnięcia, które uważam za najważniejsze z punktu widzenia postępowania o nadanie godności doktora honoris causa Politechniki Łódzkiej. W moim przekonaniu w sylwetce i działaniach prof. Hagedorna na szczególne wyróżnienie zasługują:

- wybitne osiągnięcia naukowe,
- znaczący wpływ na międzynarodową współpracę naukową,
- aktywność na rzecz wdrażania wyników badań naukowych w przemyśle.

W następnych punktach opinii uzasadniam ten pogląd.

## **2. Osiągnięcia naukowe**

Prof. Peter Hagedorn w ciągu swej dotychczasowej, 50-letniej działalności naukowej opublikował ponad 250 prac w najbardziej renomowanych czasopismach na świecie, takich jak *ASME Journal of Applied Mechanics*, *International Journal of Non-linear Mechanics*, *Journal of Sound and Vibration*, *Journal of Fluids and Structures*, *Journal of Vibration and Control*, *Nonlinear Dynamics*, *Journal of Vibrations and Acoustics*, *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, *AIAA Journal*, *Journal of Optimization Theory and Applications* i wiele innych. Moim

zdaniem, najważniejsze osiągnięcia badawcze prof. Petera Hagedorna obejmują:

- sformułowanie i udowodnienie twierdzeń dotyczących stateczności układów mechanicznych, na gruncie różniczkowych zasad wariacyjnych mechaniki analitycznej,
- rozwój teorii nieliniowych drgań parametrycznych,
- zastosowanie teorii optymalizacji do planowania ruchu jednostek pływających,
- rozwój teorii ruchu planet i lotów kosmicznych,
- wyjaśnienie roli tłumienia w zagadnieniu stateczności układów niekonserwatywnych poddanych siłom śledzącym,
- opracowanie koncepcji i podstaw teoretycznych silnika piezoelektrycznego,
- modelowanie i badanie drgań samowzbudnych napowietrznych linii energetycznych
- opracowanie metody redukcji efektów akustycznych w tarczowych układach hamulcowych pojazdów.

Podane w udostępnionych materiałach dane bibliometryczne dotyczące dorobku prof. Petera Hagedorna w bazie Scopus są następujące:

- H-Index – 20,
- cytowania – 1436.

### **3. Wpływ na międzynarodową współpracę naukową**

Dzięki swym znaczącym osiągnięciom naukowym i wykładom w wielu ośrodkach akademickich na świecie (Uniwersytet Stanforda, Uniwersytet Kalifornijski Berkeley, Uniwersytet Rio de Janeiro, Uniwersytet w Paryżu, Uniwersytet Irbid – Jordania, Uniwersytet Christchurch – Nowa Zelandia i inne), prof. Peter Hagedorn cieszy się wielkim autorytetem w Niemczech, w Europie i na świecie. Był też menadżerem nauki, organizując prace zespołów badawczych i sieci naukowych i zdobywając środki na badania i stypendia dla



młodych uczonych. W jego laboratoriach, w charakterze stażystów, stypendystów lub profesorów wizytujących pracowało wielu naukowców z całego świata, wśród których byli między innymi profesorowie:

- Prof. Anirvan Dasgupta, Indie,
- Prof. Assem Deif, Egipt,
- Prof. Chien-Su Hsu, Kanada,
- Prof. Charles R. Steele, USA,
- Prof. John Brakewell, USA,
- Prof. Sumio Yano, Japonia,
- Prof. Jan Awrejcewicz, Polska.

Współpraca ta zaowocowała wspólnymi publikacjami naukowymi oraz projektami badawczymi o wielu zastosowaniach technicznych.

Na podkreślenie zasługuje działalność prof. Hagedorna w *Deutsche Forschungsgemeinschaft* (DFG), w Niemieckiej Centrali Wymiany Akademickiej (DAAD) oraz w Fundacji Alexandra von Humboldta. Dzięki jego wsparciu wielu młodych uczonych (w tym z Polski) uzyskało szansę udziału w prowadzonych przez niego projektach. Dzięki niemu ponad 100 studentów TU Darmstadt spędziło rok na Wydziale Inżynierii Mechanicznej Uniwersytetu Kalifornijskiego w Berkeley, w ramach programu wymiany akademickiej.

Prof. Hagedorn jest członkiem rad naukowych i kolegiów redakcyjnych wielu renomowanych czasopism naukowych, takich jak na przykład:

- ASME Journal of Applied Mechanics,
- Acta Mechanica,
- International Journal of Solids and Structures,
- Journal of Sound and Vibration,
- Mechanical Systems and Signal Processing.

Był współorganizatorem licznych znaczących konferencji naukowych w zakresie mechaniki teoretycznej i stosowanej, drgań oraz układów mechatronicznych. W Polsce aktywnie wspiera znaną

miedzynarodową Konferencję *Dynamical Systems – Theory and Applications*, organizowaną od lat na Politechnice Łódzkiej przez prof. Jana Awrejcewicza.

#### **4. Współpraca z przemysłem**

W niemieckiej kulturze naukowej i technicznej współpraca uczonego z przemysłem jest czymś naturalnym i uważanym za niezbędne. Na wydziale mechanicznym trudno pomyśleć o doktoracie czy projekcie naukowym bez perspektywy zastosowań w praktyce projektowania i eksploatacji maszyn lub pojazdów. Jednak osiągnięcia wdrożeniowe prof. Hagedorna zasługują na wyróżnienie, nawet w warunkach niemieckich. Do najważniejszych zaliczam projekty wykonane dla firm:

- BMW – dynamika układu napędowego,
- PORSCHE – aktywna redukcja drgań tarczowych układów hamulcowych,
- DORNIER – sterowanie i stateczność śmigłowca bezzałogowego,
- LUK – badanie drgań w sprzęgłach,
- MANNESMANN – dynamika i drgania dźwignów,
- ROBERT BOSCH – aktuatory piezoelektryczne w dynamice pojazdów,
- VOLKSWAGEN – dynamika opon i drgań kierownicy pojazdów.

Pozyskanie środków z potężnych korporacji, które mają własne ośrodki badawczo-rozwojowe świadczy o zaufaniu do wykonawcy oraz o wysokiej wartości zaprezentowanych wyników badań i analiz.

#### **5. Wniosek końcowy**

Wszystkie działania naukowe, dydaktyczne i publiczne oraz ich jakość i zasięg stawiają prof. Petera Hagedorna w gronie uczonych o

najwyższym autorytecie, dobrze przystającym do standardów akademickiej godności honorowej.

Na podstawie powyższych informacji i ocen wyrażam przekonanie, że spełnione są wszystkie warunki do tego, by Senat Politechniki Warszawskiej poparł wniosek o nadanie profesorowi Peterowi Hagedornowi tytułu doktora honoris causa Politechniki Łódzkiej.

*Włodzimierz Kurnik*

**Wykład wygłoszony przez doktora honoris causa**

# Parametric instability in linear and nonlinear systems: Some new results

Peter Hagedorn<sup>a</sup>

<sup>a</sup>*Dynamics & Vibrations Group, fib, TU Darmstadt, Dolivostr. 15, 64293 Darmstadt, Germany*

---

## Abstract

In mechanical engineering systems self-excited and parametrically excited vibrations are in general unwanted and sometimes dangerous. There are many systems exhibiting such vibrations which up to this day cannot be completely avoided, such as brake squeal, the galloping vibrations of overhead transmission lines, the ground resonance in helicopters and others. The flutter of an aircraft wing is of the same type, but fortunately can be avoided by appropriate design. Most of these systems have in common that in the linearized equations of motion the self-excitation terms are given by non-conservative, circulatory forces and/or parametric excitation. The presentation will discuss some recent insights and results obtained for linear and nonlinear systems with parametric excitation.

The linear parts of the equations of motion of parametrically excited mechanical systems are characterized by the  $M, D, G, K, N$  matrices which may all be time-periodic (mass, damping, gyroscopic, stiffness and circulatory matrices, respectively). The stability of these systems can be studied via FLOQUET theory. A typical property of parametric instability behavior is the existence of combination resonances. It has been known for a long time that the type of parametric resonance depends very much on whether the excitation is in the  $K$  or in the  $N$  matrices, or simultaneously in both of them. In general, problems of parametric excitation are studied for the case in which all the excitation terms are in phase. If this is not the case, an atypical behavior may occur: The linear system may then be unstable for all frequencies of the parametric excitation, and not only in the neighborhood of certain discrete frequencies. Such atypical parametric instability happens even for  $M, D, G$  constant. Examples of differential equations of this type were first given about 70 years ago by Lamberto Cesari, but seem largely to have fallen into oblivion since then. It was recently observed that the linearized equations of motion for a minimal model of a squealing disk brake have such out of phase parametric excitation both in  $K$  and in  $N$  (as well as in other matrices). Similar terms should therefore also be present in the equations of motion of disk brakes with disks with ventilation channels.

In the unstable case, additional nonlinear terms do of course limit the vibration amplitudes. Different types of bifurcations relevant for these systems and recently studied in the literature will also be discussed, both for the Cesari equations with additional nonlinearities as well as for the squealing disk brake model.

*Keywords:* parametric excitation; stability; nonlinear system;

---

## 1. Introduction

Parametrically excited systems have been studied since the times of HILL and MATHEU, often in the context of celestial mechanics, and then later in mechanical, civil and electrical engineering problems. The MATHEU equation is the simplest example and is usually presented in most vibration courses. The simplest example of a mechanical system described by the MATHEU differential equation is the mathematical pendulum with a vertically oscillating suspension point, being moved harmonically. More interesting phenomena appear in the equations of motion of systems with more degrees of freedom. They are of the form

$$M\ddot{q} + (D + G)\dot{q} + (K + N)q = f(t, q, \dot{q}) \quad (1)$$

---

A shortened version of this lecture titled "Atypical parametric instability in linear and nonlinear systems" by Hagedorn, P., Karev, A. and Hochlenert, D. is in print in the proceedings of EURO-DYN 2017.



Figure 1. Helicopter ground resonance



Figure 2. Disk brake with ventilation channels.  
Source: Dr. Ing. h.c. F. Porsche AG

with

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}^T > 0, \quad (2a)$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}^T \geq 0 \quad \text{in general}, \quad (2b)$$

$$\mathbf{G} = -\mathbf{G}^T, \quad (2c)$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}^T > 0 \quad \text{or} \quad \mathbf{K} = \mathbf{K}^T \geq 0 \quad \text{in general}, \quad (2d)$$

$$\mathbf{N} = -\mathbf{N}^T, \quad (2e)$$

where all these matrices may be time dependent. The nonlinear terms and also the (non-parametric) forcing terms are lumped into the function  $\mathbf{f}(t, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  on the right hand side of Eq. (1). The different matrices have different physical origins and in engineering systems usually are known with different precision.  $\mathbf{M}$  and  $\mathbf{K}$  follow from the geometry and from material parameters, and usually can be determined to a high degree of precision. The damping matrix  $\mathbf{D}$  is usually small and not well defined. It may have different physical origins. The gyroscopic matrix  $\mathbf{G}$  follows from the kinematics and is therefore usually well defined. The circulatory matrix  $\mathbf{N}$  is always associated with an energy source, as the corresponding coordinate proportional terms are non-conservative and the corresponding force field is non-potential. In many cases of self-excited vibrations in mechanical systems it is due to the contact forces between sliding solid bodies with COULOMB friction. Examples of engineering systems with time-periodic coefficients in the equations of motion are the helicopter in Fig. 1 and the disk brake of Fig. 2. In the latter case the time-periodicity is due to the disk's ventilation channels.

## 2. Parametric resonance, typical cases

In this section we review some of the typical known cases of parametric resonance, which are for example well described in the excellent survey paper by METTLER [1] and also, e.g., in [2] and [3]. For the time being, we will assume that the matrices  $\mathbf{D}$  and  $\mathbf{G}$  are equal to zero. In the simple case of the MATHEU equation

$$\ddot{q}(t) + \omega^2 [1 + \varepsilon \cos(\Omega t)] q(t) = 0 \quad (3)$$

the regions of instability in the parameter space of  $\varepsilon$  and  $\Omega$  originate from the critical circular frequencies

$$\Omega_{crit} = \frac{2\omega}{p}, \quad p \in \mathbb{N} \quad (4)$$

as depicted in the well-known stability chart of Fig. 3 (for simplicity only two of the infinitely many instability regions are shown). Graphs such as this one are easily obtained by numerically computing the monodromy matrix and its eigenvalues. The system is unstable if at least one of the eigenvalues of this matrix is larger than one in absolute

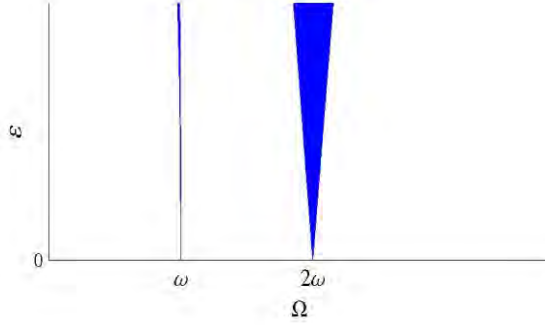


Figure 3. Mathieu equation: stability map

value. Next, consider the 2 dof system

$$\ddot{\mathbf{q}}(t) + [\mathbf{K}_0 + \varepsilon \mathbf{C} \cos(\Omega t)] \mathbf{q}(t) = \mathbf{0} \quad (5)$$

where without loss of generality we set

$$\mathbf{K}_0 = \begin{pmatrix} \omega_1^2 & 0 \\ 0 & \omega_2^2 \end{pmatrix} \quad (6)$$

and assume a parametric excitation in the stiffness with

$$\mathbf{C} = \mathbf{K} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Here, the instability regions in the  $\varepsilon - \Omega$  plane originate from the critical excitation frequencies

$$\Omega_{crit, single} = \frac{2\omega_i}{2p}, \quad i = 1, 2, \quad (8a)$$

$$\Omega_{crit, combi} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2p - 1}, \quad p \in \mathbb{N} \quad (8b)$$

as shown in Fig. 4.

If, on the other hand, we assume a parametric excitation in the circulatory terms such as in

$$\mathbf{C} = \mathbf{N} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (9)$$

we obtain the stability diagram of Fig. 5, with the critical excitation frequencies

$$\Omega_{crit, single} = \frac{2\omega_i}{2p}, \quad i = 1, 2, \quad (10a)$$

$$\Omega_{crit, combi} = \frac{|\omega_1 - \omega_2|}{2p - 1}, \quad p \in \mathbb{N}. \quad (10b)$$

Instead of the critical sum frequencies, we now have the critical difference frequencies. Finally, if we consider the system with parametric excitation as a linear combination of symmetric and skew-symmetric terms

$$\mathbf{C} = \alpha_1 \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + \alpha_2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (11)$$



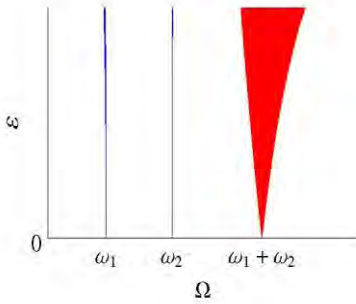


Figure 4. Single resonances and sum combination resonances

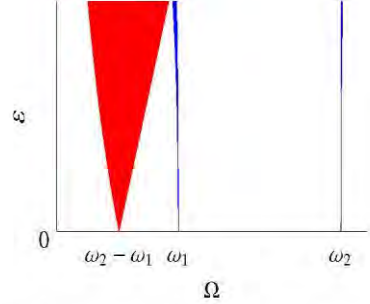


Figure 5. Single resonances and difference combination resonances

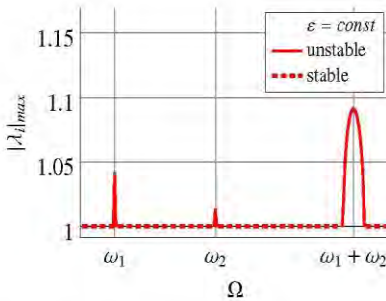


Figure 6. Single resonances and sum combination resonances

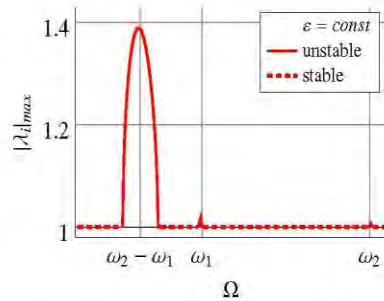


Figure 7. Single resonances and difference combination resonances

the kind of combination resonance depends on  $\alpha_i$ : there are sum combination resonances for  $\alpha_1 > \alpha_2$ , difference combination resonances for  $\alpha_1 < \alpha_2$ , and no parametric instability at all for  $\alpha_1 = \alpha_2$ . In other words, as defined by METTLER [1], if the product of the anti-diagonal excitation terms is positive (negative), then there are sum (difference) combination resonances. However, there is no linear combination of symmetric and skew-symmetric excitation leading to simultaneous appearance of sum and difference combination resonances.

With view to the next section, we also represent the behavior of the systems corresponding to Figs. 4 and 5 in an alternative fashion for a fixed value of  $\varepsilon$ : Figs. 6 and 7. In these figures, the largest absolute value of the (in general complex) eigenvalues of the monodromy matrix  $|\lambda_d|_{\max}$  is depicted as a function of the excitation frequency  $\Omega$ . This type of stability behavior in parametrically excited systems will be termed “typical stability behavior”.

### 3. “Atypical” parametric resonance, total instability

About 70 years ago CESARI [4] studied the differential system

$$\ddot{\mathbf{q}}(t) + [\mathbf{K}_0 + \varepsilon \mathbf{C}(t)]\mathbf{q}(t) = \mathbf{0} \quad (12a)$$

with

$$\mathbf{K}_0 = \begin{pmatrix} \omega_1^2 & 0 \\ 0 & \omega_2^2 \end{pmatrix} \quad \text{and} \quad \mathbf{C}(t) = \begin{pmatrix} 0 & -\sin \Omega t \\ -\cos \Omega t & 0 \end{pmatrix}. \quad (12b)$$

This system is generically unstable, i.e. it is unstable for all values of  $\Omega$  and  $\varepsilon$ . More precisely, in a rather involved proof, CESARI showed that in an arbitrarily small neighborhood of any given set of values of these parameters, there



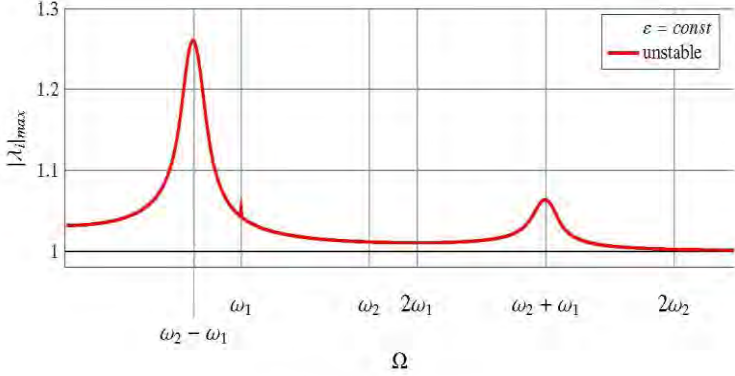


Figure 8. CESARI equation: total instability

are infinitely many parameter values for which the system is unstable in the sense of LYAPUNOV. Although the original proof given by CESARI is rather complex, numerical investigations of the problem easily show that, in fact, the system is unstable for arbitrary values of the mentioned parameters. This kind of parametric resonance is called METTLER [1] “total instability”. Recently, a very simple proof of the total instability was also given by A. STEINDL [5], using normal form theory. Of course, the resonance diagrams as in Figs. 3 to 5 do not give any information in this case, but a plot of the type of Fig. 6 makes sense, see Fig. 8. Apart from the distinct parametric resonance areas in the vicinity of the sum and difference frequencies, Fig. 8 shows total instability of the system, since  $|\lambda_i|_{max}$  is always larger than one. In the rest of this section we will try to understand what could possibly be the reason for this atypical behavior.

### 3.1. Simultaneous sum and difference combination resonances

Following the introduced scheme of splitting the excitation terms, the matrix  $\mathbf{C}(t)$  of the original CESARI system Eq. (12) is written as

$$\mathbf{C}(t) = \mathbf{K}_1(t) + \mathbf{N}_1(t) = \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -\sin(\Omega t + \frac{\pi}{4}) \\ -\sin(\Omega t + \frac{\pi}{4}) & 0 \end{pmatrix}}_{\text{symmetric}} + \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -\sin(\Omega t - \frac{\pi}{4}) \\ \sin(\Omega t - \frac{\pi}{4}) & 0 \end{pmatrix}}_{\text{skew-symmetric}}, \quad (13)$$

splitting the parametric excitation in a symmetric part  $\mathbf{K}_1(t)$  and a skew-symmetric part  $\mathbf{N}_1(t)$ . This highlights that CESARI’s system contains a simultaneous symmetric and skew-symmetric parametric excitation. Considering systems containing either the symmetric or the skew-symmetric part

$$\ddot{\mathbf{q}}(t) + [\mathbf{K}_0 + \varepsilon \mathbf{K}_1(t)]\mathbf{q}(t) = \mathbf{0}, \quad (14a)$$

$$\ddot{\mathbf{q}}(t) + [\mathbf{K}_0 + \varepsilon \mathbf{N}_1(t)]\mathbf{q}(t) = \mathbf{0}, \quad (14b)$$

typical parametric resonance behavior can be observed: single and sum combination resonances for Eq. (14a) and single and difference combination resonances for Eq. (14b). However, as already mentioned, the combination of the symmetric and the skew-symmetric parts as in Eq. (13) leads to a totally different behavior with both distinct sum and difference combination resonances superimposed by total instability, in the sense that outside of the usual resonance areas  $|\lambda_i|_{max}$  is only slightly larger than one. Compared to the system in Eq. (11) showing the typical behavior, there is only one major difference: being in phase for themselves, the matrices  $\mathbf{K}_1(t)$  and  $\mathbf{N}_1(t)$  are phase shifted with respect to each other by  $\frac{\pi}{2}$ . Applying METTLER’s condition for the presence of combination resonances, it is clear that the sign of the product built by the anti-diagonal excitation terms is not constant, but changes multiple times over one period of excitation. This explains the simultaneous presence of the sum and difference combination resonances.

### 3.2. Normal form analysis of a nonlinear system

The original CESARI system Eq. (12) is a special case of

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 \\ 0 & \omega_2^2 \end{bmatrix} + \varepsilon \begin{pmatrix} 0 & -\cos(\Omega t - \psi) \\ -\cos \Omega t & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} \dot{q}_1^2 \\ \dot{q}_2^2 \end{pmatrix} + \kappa \begin{pmatrix} q_1^3 \\ q_2^3 \end{pmatrix} = \mathbf{0} \quad (15)$$

for  $\psi = \pi/2$  and  $\gamma = \kappa = 0$ . We will now study Eq. (15) by applying normal form theory. General background on normal form theory can be found in [6,7] for example. Details of the following analysis are based on [8,9]. In a first step Eq. (15) is written as a time-autonomous first order system of the form

$$\dot{u}_1 = u_2, \quad (16a)$$

$$\dot{u}_2 = -\omega_1^2 u_1 + \frac{1}{2} \varepsilon (u_5 e^{-j\Omega t} + u_6 e^{j\Omega t}) u_3 - \gamma u_2^3 - \kappa u_1^3, \quad (16b)$$

$$\dot{u}_3 = u_4, \quad (16c)$$

$$\dot{u}_4 = -\omega_2^2 u_3 + \frac{1}{2} \varepsilon (u_5 + u_6) u_1 - \gamma u_4^3 - \kappa u_3^3, \quad (16d)$$

$$\dot{u}_5 = j\Omega u_5, \quad (16e)$$

$$\dot{u}_6 = -j\Omega u_6 \quad (16f)$$

with  $u_1 = q_1$ ,  $u_2 = \dot{q}_1$ ,  $u_3 = q_2$ ,  $u_4 = \dot{q}_2$  and  $u_5 = e^{j\Omega t}$ ,  $u_6 = e^{-j\Omega t}$ . In matrix notation Eq. (16) reads

$$\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{A}\mathbf{u} + \mathbf{f}_2(\mathbf{u}) + \mathbf{f}_3(\mathbf{u}), \quad (17)$$

where  $\mathbf{f}_2$  and  $\mathbf{f}_3$  contain quadratic and cubic terms in the generalized coordinates, respectively. The linear part of Eq. (16) can be decoupled by a modal transformation  $\mathbf{u} = \mathbf{R}\mathbf{x}$  resulting in

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{\Lambda}\mathbf{x} + \mathbf{R}^{-1}\mathbf{f}_2(\mathbf{R}\mathbf{x}) + \mathbf{R}^{-1}\mathbf{f}_3(\mathbf{R}\mathbf{x}) \quad (18)$$

with the diagonal matrix

$$\mathbf{\Lambda} = \text{diag}(j\omega_1, -j\omega_1, j\omega_2, -j\omega_2, j\Omega, -j\Omega). \quad (19)$$

The basic idea of the normal form transformation is to eliminate as many nonlinear terms of Eq. (18) as possible by the near-identity transformation

$$\mathbf{x} = \mathbf{y} + \mathbf{g}_2(\mathbf{y}) + \mathbf{g}_3(\mathbf{y}) + \dots \quad (20)$$

yielding the system in normal form

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{\Lambda}\mathbf{y} + \mathbf{h}_2(\mathbf{y}) + \mathbf{h}_3(\mathbf{x}) + \dots \quad (21)$$

The transformation Eq. (20) and the normal form Eq. (21) can be derived by inserting both expressions in Eq. (18) and equating coefficients. In doing so, all monomials  $x_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n}$  (in the present case  $n = 6$ ) can be eliminated except the ones for which the resonance condition

$$\lambda_j = m_1 \lambda_1 + m_2 \lambda_2 + \dots + m_n \lambda_n, \quad j = 1, \dots, n \quad (22)$$

is fulfilled. In the present case, the resonance condition reads

$$[\pm\omega_1, \pm\omega_2, \pm\Omega] = m_1 \omega_1 - m_2 \omega_1 + m_3 \omega_2 - m_4 \omega_2 + m_5 \Omega - m_6 \Omega. \quad (23)$$

Obviously, the resonance condition covers simple resonances as well as combination resonances. We will now investigate Eq. (15) for  $\omega_1 \neq \omega_2$  in the case of non-resonant parametric excitation<sup>1</sup> and in the case of the combination resonance  $\Omega \approx \omega_1 + \omega_2$ .

<sup>1</sup> It should be noted, that non-resonant parametric excitation means  $\Omega \neq m_4 \omega_1 - m_2 \omega_1 + m_3 \omega_2 - m_4 \omega_2$  for any  $m_i$  ( $i = 1, \dots, 4$ ) and has to be distinguished from the notion (non-)resonant in the sense of Eq. (22) or Eq. (23) in the context of normal form theory.

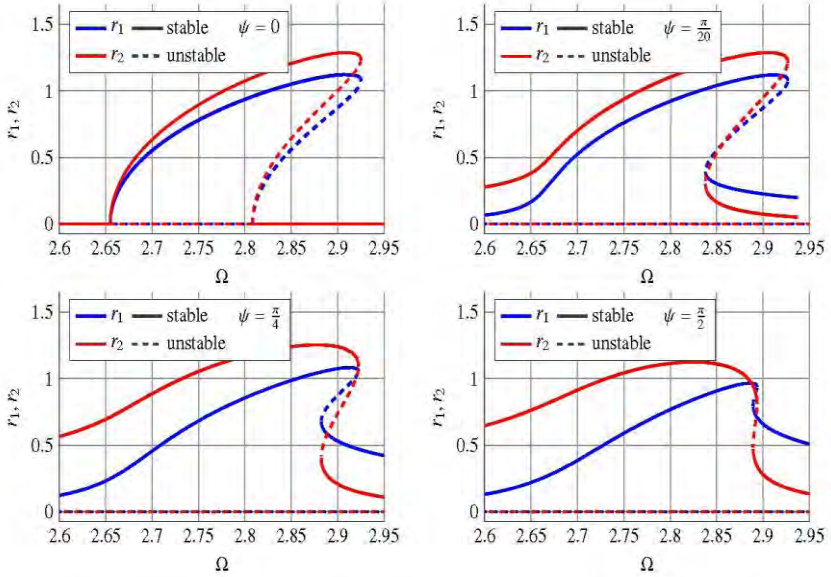


Figure 9. Fixed points  $r_1, r_2$  near the combination resonance  $\Omega \approx \omega_1 + \omega_2$  for  $\omega_1 = 1, \omega_2 = \sqrt{3}, \gamma = 0.07, \gamma = 0.3, \varepsilon = 0.2$

### 3.2.1. Non-resonant parametric excitation

In the case of non-resonant parametric excitation the normal form Eq. (21) of the generalized CESARI system Eq. (15) can be written as

$$\dot{r}_1 = \frac{e^2 \Omega \sin \psi}{2[\Omega^2 - (\omega_1 + \omega_2)^2][\Omega^2 - (\omega_1 - \omega_2)^2]} r_1 - \frac{3}{8} \gamma \omega_1^2 r_1^3 + \dots, \quad (24a)$$

$$\dot{r}_2 = \frac{-e^2 \Omega \sin \psi}{2[\Omega^2 - (\omega_1 + \omega_2)^2][\Omega^2 - (\omega_1 - \omega_2)^2]} r_2 - \frac{3}{8} \gamma \omega_2^2 r_2^3 + \dots, \quad (24b)$$

$$\dot{\psi}_1 = \omega_1 + \frac{3}{8} \frac{\kappa}{\omega_1} r_1^2, \quad (24c)$$

$$\dot{\psi}_2 = \omega_2 + \frac{3}{8} \frac{\kappa}{\omega_2} r_2^2, \quad (24d)$$

where the polar coordinates

$$y_1 = \frac{1}{2} \omega_1 r_1 e^{j\psi_1}, \quad y_2 = \frac{1}{2} \omega_1 r_1 e^{-j\psi_1}, \quad y_3 = \frac{1}{2} \omega_2 r_2 e^{j\psi_2}, \quad y_4 = \frac{1}{2} \omega_2 r_2 e^{-j\psi_2} \quad (25)$$

have been introduced. It can be seen from Eq. (24) that for  $\psi \neq 0$  (note that in CESARI's system Eq. (12)  $\psi = \pi/2$  holds) the trivial solution is unstable in the sense of LYAPUNOV for all  $\varepsilon \neq 0$ , especially for all non-resonant frequencies  $\Omega$  of the parametric excitation. This corresponds to the notion of "atypical" parametric resonance and total instability. For  $\psi = 0$  the trivial solution is stable for  $\gamma > 0$  (positive cubic damping) and all non-resonant frequencies  $\Omega$  of the parametric excitation.

In the case  $\psi \neq 0$  the positive cubic damping leads to limit cycle oscillations, since there is a fixed point

$$\bar{r}_i = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{\varepsilon^2 \Omega \sin \psi}{\gamma \omega_i^2 [\Omega^2 - (\omega_1 + \omega_2)^2] [\Omega^2 - (\omega_1 - \omega_2)^2]}}, \quad i = 1 \text{ or } 2. \quad (26)$$

It depends on the sign of the coefficients of linear terms in  $r_1$  and  $r_2$  in Eq. (24), if  $i = 1$  or  $i = 2$  holds. These coefficients are of same absolute value, opposite in sign and change sign at  $\Omega^2 = (\omega_1 \pm \omega_2)^2$ , i.e. at the typical parametric resonance frequencies. Therefore the frequency of limit cycle oscillation in coordinates of the normal form is  $\omega_1$  for  $\Omega^2 < (\omega_1 - \omega_2)^2$  or  $\Omega^2 > (\omega_1 + \omega_2)^2$  and is  $\omega_2$  for  $(\omega_1 - \omega_2)^2 < \Omega^2 < (\omega_1 + \omega_2)^2$ .

### 3.2.2. Combination resonance $\Omega \approx \omega_1 + \omega_2$

In the case of the combination resonance  $\Omega \approx \omega_1 + \omega_2$  the normal form can be derived as explained above. Introducing the polar coordinates

$$y_1 = \frac{1}{2} \omega_1 r_1 e^{i(\varphi_1 + \frac{1}{2}\Omega t)}, \quad y_2 = \frac{1}{2} \omega_1 r_1 e^{-i(\varphi_1 + \frac{1}{2}\Omega t)}, \quad y_3 = \frac{1}{2} \omega_2 r_2 e^{i(\varphi_2 + \frac{1}{2}\Omega t)}, \quad y_4 = \frac{1}{2} \omega_2 r_2 e^{-i(\varphi_2 + \frac{1}{2}\Omega t)} \quad (27)$$

the normal form can be written as

$$\dot{r}_1 = -A \sin \psi r_1 + B \sin(\psi + \varphi_1 + \varphi_2) r_2 + C r_1^3 + \dots, \quad (28a)$$

$$\dot{r}_2 = A \sin \psi r_2 + D \sin(\varphi_1 + \varphi_2) r_2 + C r_2^3 + \dots, \quad (28b)$$

$$\dot{\varphi}_1 = \omega_1 - \frac{1}{2} \Omega + E \cos \psi + F r_1^2 + B \cos(\psi + \varphi_1 + \varphi_2) \frac{r_2}{r_1} + \dots, \quad (28c)$$

$$\dot{\varphi}_2 = \omega_2 - \frac{1}{2} \Omega + G \cos \psi + H r_2^2 + D \cos(\varphi_1 + \varphi_2) \frac{r_1}{r_2} + \dots \quad (28d)$$

with coefficients  $A, B, C, D, E, F, G, H$  depending on the parameters  $\omega_1, \omega_2, \varepsilon, \kappa, \gamma$ . The fixed points of Eq. (28) can be calculated numerically for a given set of parameters. Fig. 9 shows the result for various values of  $\psi$ , i.e. the phase angle of the parametric excitation. The results for  $\psi = 0$  are identical to [10] obtained by the method of slowly varying phase and amplitude.

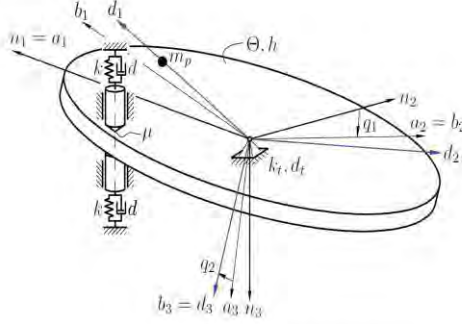


Figure 10. Minimal brake model with mass particle

#### 4. Minimal Brake Model with an Asymmetry

Starting with a minimal model of a disk brake [11], a mass particle is attached to the disk to introduce time-periodicity, see Fig. 10. This two degrees of freedom model, described in an inertial frame by Eqs. (29)-(30c), already contains all periodic excitation terms necessary for appearance of total instability. The study of possible atypical behavior is performed neglecting any velocity proportional forces:  $\mathbf{B}(t) \equiv \mathbf{0}$ .

$$\mathbf{M}(t)\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}(t)\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\mathbf{q} = \mathbf{0} \quad \text{with} \quad (29)$$

$$\mathbf{M}(t) = \begin{pmatrix} \Theta_d & 0 \\ 0 & \Theta_d \end{pmatrix} + \Theta_p \begin{pmatrix} \sin^2(\Omega t) & -\sin(\Omega t) \cos(\Omega t) \\ -\sin(\Omega t) \cos(\Omega t) & \cos^2(\Omega t) \end{pmatrix}, \quad (30a)$$

$$\mathbf{B}(t) = \begin{pmatrix} d_i + 2dr^2 + \frac{1}{2}\mu N_0 \frac{h^2}{\Omega r} & 2\Omega\Theta_d \\ -2\Omega(\Theta_d + \Theta_p) - \mu dhr & d_i \end{pmatrix} + 2\Theta_p\Omega \begin{pmatrix} \sin(\Omega t)(\sin(\Omega t)) & \sin^2(\Omega t) \\ \sin^2(\Omega t) & -\sin(\Omega t)(\sin(\Omega t)) \end{pmatrix}, \quad (30b)$$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} k_i + 2kr^2 + N_0h & \frac{1}{2}\mu N_0 \frac{h^2}{r} \\ -\mu r(kh + 2N_0) & k_i + (1 + \mu^2)N_0h \end{pmatrix} \quad (30c)$$

After normalizing the mass matrix to  $\mathbf{M} = \mathbf{I}$ , the time-periodic matrix proportional to displacement is, again, split in a symmetric and a skew-symmetric part. Surprisingly, the model containing only symmetric excitation, described by Eqs. (31)-(32) in a simplified notation, already shows the atypical behavior, see Fig. 11.

$$\mathbf{M}_{st}\ddot{\mathbf{q}} + [\mathbf{C}_{0,st} + \mathbf{K}_{1,st}(t)]\mathbf{q} = \mathbf{0} \quad \text{with} \quad (31)$$

$$\mathbf{M}_{st} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C}_{0,st} = \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{pmatrix}, \quad k_{12} \neq k_{21}, \quad (32)$$

$$\mathbf{K}_{1,st}(t) = \varepsilon \begin{pmatrix} \cos(\Omega t) - \cos(\Omega t + \frac{\pi}{2}) \\ -\cos(\Omega t + \frac{\pi}{2}) & \cos(\Omega t + \pi) \end{pmatrix}$$



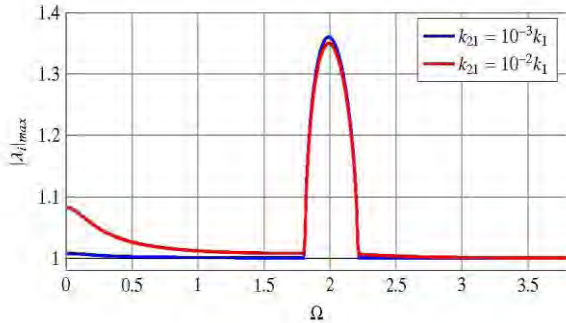


Figure 11. Minimal brake model with symmetric excitation, velocity proportional forces neglected

In Eqs. (31)-(32) the parameter values  $k_{ij}$  as well as phase relations in  $\mathbf{K}_{1,st}(t)$  are set according to the relations from the minimal brake model with  $k_{22}/k_{11} = 1.04$  and  $k_{21} \ll k_{11}$ .

A thorough analysis of this parametrically excited minimal model reveals, that the original system analyzed by CESARI, i.e. the system with out of phase anti-diagonal excitation terms, is not the only case leading to the phenomenon of total instability. There are numerous combinations leading to similar behavior having in-phase anti-diagonal excitation terms accompanied, for example, by phase shifted main diagonal excitation terms and by constant circulatory terms.

The effect of total instability can disappear if velocity proportional forces are considered. Thus, even though the total instability cannot be observed in the complete minimal model of a brake disk with a mass particle, the general structure leading to it is still present in the displacement proportional matrix. The detailed/generalized criteria for the occurrence of atypical behavior are yet to be derived.

## 5. Conclusion

A short overview on the typical parametric resonances as well as on the “atypical behavior” related to the different out of phase terms in the parametric excitation, as originally found by CESARI, was given. Up to recently, no practical mechanical engineering system was known in which atypical behavior was naturally found. But it turns out that in the minimal model for a disk brake, as discussed in [11], the corresponding out of phase excitation terms are present. A more detailed analysis of this fact, as well as details of the normal form approach for the nonlinear systems analyzed in this paper cannot be given here due to lack of space, but will be the subject of a later paper.

## References

- [1] E. Mettler, Combination resonances in mechanical systems under harmonic excitation, in: Proceedings of the Fourth International Conference on Nonlinear Oscillations, Academia Publication House of the Czech Academy of Sciences, Prague, 1968, pp. 51–70.
- [2] V. V. Bolotin, The Dynamic Stability of Elastic Systems, Holden-Day, 1964.
- [3] G. Schmidt, Parametererregte Schwingungen, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1975.
- [4] L. Cesari, Sulla stabilità delle soluzioni dei sistemi di equazioni differenziali lineari a coefficienti periodici, Reale Accademia d’Italia, 1940.
- [5] A. Steindl, A proof of total instability in Cesari equation, private communication, 2016.
- [6] J. Murdock, Normal Forms and Unfoldings for Local Dynamical Systems, Springer, New York, 2000.
- [7] A. Nayfeh, Method of Normal Forms, John Wiley & Sons, New York, 1993.
- [8] D. Hochlenert, Normalformen und Einzugsbereiche nichtlinearer dynamischer Systeme: Beispiele und technische Anwendungen, Habilitation Thesis, Technische Universität Berlin, 2012.
- [9] D. Hochlenert, Dimension reduction and domains of attraction of nonlinear dynamical systems, Machine Dynamic Research 35 (2011) 32–48.
- [10] P. Hagedorn, Kombinationsresonanz und Instabilitätsbereiche zweiter Art bei parametererregten Schwingungen mit nichtlinearer Dämpfung, Ingenieur-Archiv 38 (1969) 80–96.
- [11] U. von Wagner, D. Hochlenert, P. Hagedorn, Minimal models for disk brake squeal, Journal of Sound and Vibration 302 (2007) 527–539.

