

POLITECHNIKA ŁÓDZKA
Katedra Automatyki i Biomechaniki

ROZPRAWA DOKTORSKA

Metody analityczne przewidywania
i analizy ruchów chaotycznych w układach
mechanicznych o skończonej
liczbie stopni swobody

mgr Dariusz Sendkowski

Promotor

Prof. dr hab. inż. Jan Awrejcewicz

ŁÓDŹ 2007

Spis treści

| | |
|----------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 1 Wstęp | 6 |
| 1.1 Cel i zakres pracy | 10 |
| 2 Wprowadzenie | 13 |
| 2.1 Metryka Jacobiego na \mathcal{Q} | 20 |
| 2.2 Metryka Eisenharta na $\mathcal{Q} \times \mathbb{R}$ | 23 |
| 2.3 Metryka Eisenharta na $\mathcal{Q} \times \mathbb{R}^2$ | 28 |
| 3 Równanie Jacobiego-Levi-Civita (JLC) | 32 |
| 3.1 Równanie JLC we współrzędnych geodezyjnych | 37 |
| 3.2 Równanie JLC dla metryki Jacobiego | 39 |
| 3.3 Równanie JLC dla metryki Eisenharta na $\mathcal{Q} \times \mathbb{R}$ | 42 |
| 3.4 Równanie JLC dla metryki Eisenharta na $\mathcal{Q} \times \mathbb{R}^2$ | 45 |
| 3.5 Równanie JLC w przestrzeni izotropowej | 50 |
| 4 Równanie JLC a wykładniki Lapunowa | 53 |
| 4.1 Średnie przestrzenne/fazowe | 60 |
| 4.2 Geometryczne wykładniki λ_G | 63 |
| 5 Geometryzacja układów nieautonomicznych | 70 |
| 5.1 Metryka Eisenharta na $\mathcal{Q} \times \mathbb{R}^2$ | 71 |
| 5.2 Równanie JLC | 73 |
| 6 Podwójne wahadło fizyczne | 76 |
| 6.1 Metryka Jacobiego na \mathcal{Q} | 77 |
| 6.1.1 Symulacje numeryczne | 81 |

| | | |
|----------|----------------------------------------------------------------------|------------|
| 6.2 | Metryka Eisenharta na $\mathcal{Q} \times \mathbb{R}^2$ | 85 |
| 7 | Układ nieliniowo sprzężonych oscylatorów z wahadłem | 95 |
| 7.1 | Geometryzacja | 96 |
| 7.2 | Symulacje numeryczne | 109 |
| 8 | Podsumowanie i wnioski | 112 |
| | Suplement | 116 |
| A | Geometria przestrzeni Riemanna | 117 |
| A.1 | Rozmaitości różniczkowalne | 117 |
| A.2 | Wektor styczny i przestrzeń styczna do rozmaitości | 119 |
| A.3 | Wektor kostyczny i przestrzeń kostyczna do rozmaitości | 121 |
| A.4 | Tensorzy i pola tensorowe | 122 |
| A.5 | Tensor metryczny i przestrzeń Riemanna | 124 |
| A.6 | Koneksja afiniczna | 125 |
| A.7 | Geodezyjne | 127 |
| A.8 | Tensor Riemanna, Ricciego i skalar krzywizny | 129 |
| A.9 | Krzywizna przekrojowa, krzywizna Ricciego | 133 |
| B | Numeryczne oszacowanie średnich w rozkładzie mikrokanonicznym | 136 |
| C | Równanie oscylatora stochastycznego | 139 |
| D | Funkcje specjalne | 143 |
| D.1 | Paraboliczne funkcje cylindryczne a funkcje Bessela | 145 |
| | Bibliografia | 146 |