

**POLITECHNIKA ŁÓDZKA
KATEDRA AUTOMATYKI I BIOMECHANIKI**

mgr inż. Grzegorz Kudra

ROZPRAWA DOKTORSKA

**ANALIZA DRGAŃ BIFURKACYJNYCH
I CHAOTYCZNYCH W UKŁADZIE POTRÓJNEGO
WAHADŁA FIZYCZNEGO Z UDERZENIAMI**

Promotor: prof. dr hab. inż. Jan Awrejcewicz

Łódź 2002

Spis treści

<i>Wstęp</i>	5
<i>Teza, cel i zakres pracy</i>	8
1 Teoria układów dynamicznych i teoria bifurkacji	10
1.1 Typy rozwiązań i ich stateczność	11
1.1.1 Punkty stacjonarne	11
1.1.2 Orbity okresowe	12
1.1.3 Orbity quasi-okresowe	14
1.1.4 Atraktory chaotyczne	14
1.2 Twierdzenie o centralnej rozmaitości i postać normalna	15
1.3 Bifurkacje lokalne	17
1.3.1 Bifurkacja siodło-węzeł	19
1.3.2 Bifurkacja transkrytyczna	20
1.3.3 Bifurkacja typu widły	21
1.3.4 Bifurkacja Hopfa dla pola wektorowego	22
1.3.5 Bifurkacja Hopfa dla odwzorowania	24
1.3.6 Bifurkacja podwojenia okresu	26
1.3.7 Uwagi dodatkowe	27
1.4 Bifurkacje globalne	27
1.4.1 Bifurkacje globalne płaskiego pola wektorowego	28
1.4.2 Uwagi dodatkowe	29
2 Układy kawałkami gładkie	31
2.1 Stateczność orbit w układach kawałkami gładkich	32
2.2 Orbity o zdegenerowanym kontakcie z powierzchniami nieciągłości	36
2.3 Bifurkacje w układach Filippova	41
2.3.1 Bifurkacje punktów stacjonarnych	42
2.3.2 Bifurkacje orbit okresowych	47
2.4 Bifurkacja typu „grazing” w układzie z uderzeniami	50
2.4.1 Macierz skoku zaburzeń w układzie z uderzeniami	50
2.4.2 Odwzorowanie Nordmarka	52
2.4.3 Uwagi dodatkowe	56
3 Model matematyczny układu o wielu stopniach swobody ze sztywnymi więzami jednostronnymi	57
3.1 Wprowadzenie	57
3.2 Uogólnione prawo uderzenia	58
3.3 Stan ślizgania się układu wzdłuż przeszkody	60
3.4 Schemat numeryczny	61
4 Model potrójnego wahadła fizycznego z przeszkodami	63
5 Drgania regularne, chaotyczne i bifurkacje w układzie potrójnego wahadła fizycznego z przeszkodami	68

5.1	Szczególne przypadki potrójnego wahadła	68
5.2	Identyfikacja atraktorów	72
5.2.1	Orbity okresowe	72
5.2.2	Orbity quasi-okresowe	76
5.2.3	Atraktory chaotyczne	78
5.2.4	Wykładniki Lapunowa	79
5.3	Współistniejące atraktory i obszary przyciągania	80
5.4	Bifurkacje orbit okresowych	83
5.5	Rozwiązania na niezmienniczym torusie	86
5.6	Scenariusze bifurkacyjne	87
5.7	Bifurkacje typu „grazing”	90
5.8	Dokładność metody numerycznej	94
6	<i>Układ korbowy jako szczególny przypadek potrójnego wahadła fizycznego</i>	96
6.1	Model matematyczny	96
6.2	Przykłady symulacji numerycznej	103
7	<i>Podsumowanie i wnioski</i>	113
	Literatura	118