



Politechnika Łódzka

**ANALIZA PUNKTÓW OSOBLIWYCH W UKŁADACH
DYNAMICZNYCH OPISANYCH DWOMA I TRZEMA
RÓWNAAMI RÓŻNICZKOWYMI PIERWSZEGO RZĘDU**

Konrad Kiński

Wydział Fizyki Technicznej, Informatyki i Matematyki Stosowanej,
Politechnika Łódzka.

Promotor:

Prof. dr hab. inż. Jan Awrejcewicz, Katedra Automatyki i Biomechaniki,
Politechnika Łódzka.

Łódź 2005

Spis treści

1	Wstęp	3
2	Analiza punktów osobliwych w układach dynamicznych opisanych dwoma równaniami różniczkowymi pierwszego rzędu	4
2.1	Teoria dotycząca płaszczyzny fazowej i analiza punktów osobliwych	4
2.2	Analiza punktów osobliwych opisanych dwoma równaniami różniczkowymi pierwszego rzędu za pomocą pakietu „Mathematica 4.1” ...	7
2.2.1	Węzeł niestateczny	7
2.2.2	Węzeł stateczny	9
2.2.3	Węzeł krytyczny	10
2.2.4	Węzeł zdegenerowany	12
2.2.5	Siodło	13
2.2.6	Ognisko niestateczne	15
2.2.7	Ognisko stateczne	16
2.2.8	Środek	17
2.3	Wstęp do teorii stateczności ruchu	19
3	Analiza punktów osobliwych w układach dynamicznych opisanych trzema równaniami różniczkowymi pierwszego rzędu	21
3.1	Teoria dotycząca rozwiązania układu równań różniczkowych oraz metody wyznaczania pierwiastków wielomianu trzeciego stopnia	21
3.2	Analiza punktów osobliwych opisanych trzema równaniami różniczkowymi pierwszego rzędu za pomocą pakietu „Mathematica 4.1” ..	24
3.2.1	Węzeł niestateczny	24
3.2.2	Węzeł stateczny	27
3.2.3	Siodło	28
3.2.4	Ognisko niestateczne	31

3.2.5 Ognisko stateczne	34
3.2.6 Siodło – węzeł	35
3.2.7 Siodło – ognisko	36
4 Bifurkacje	38
4.1 Wstęp do bifurkacji	38
4.2 Bifurkacje w układach dynamicznych opisanych dwoma równaniami różniczkowymi pierwszego rzędu	38
4.3 Bifurkacje w układach dynamicznych opisanych trzema równaniami różniczkowymi pierwszego rzędu	42
5 Wnioski końcowe	45