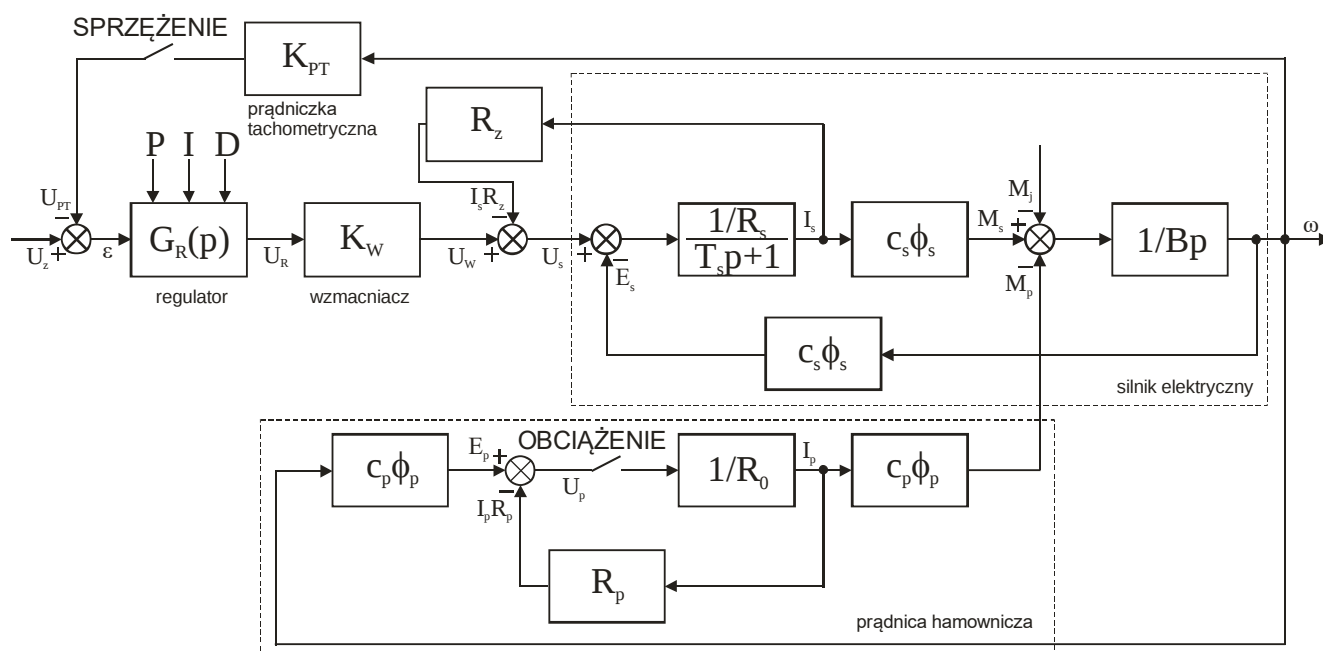


Badanie układu regulacji ciągłej

Cel ćwiczenia: Zapoznanie się z przykładem regulacji prędkością obrotową silnika prądu stałego, wyznaczenie parametrów i transmitancji układu regulacji oraz porównanie własności układu otwartego i zamkniętego.

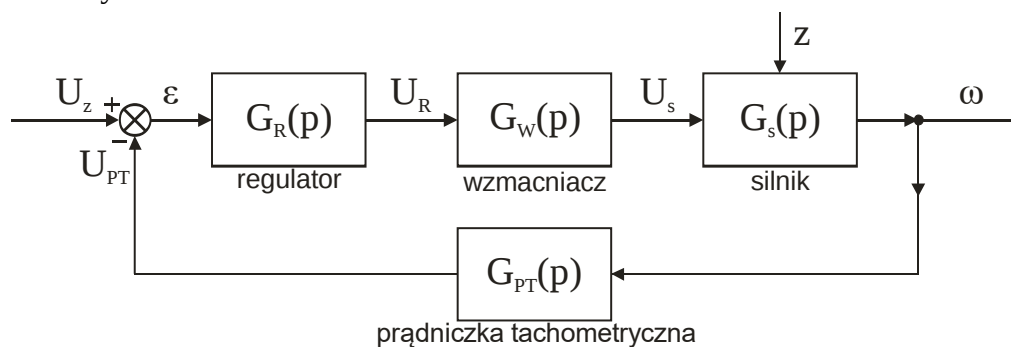
Opis urządzenia pomiarowego

Układ pomiarowy składa się z elektrycznego silnika komutatorowego prądu stałego z magnesami trwałymi, sprzęgniętej z nim za pomocą sprzęgła podatnego prądnicy hamowniczej prądu stałego z magnesami trwałymi pracującej jako obciążenie silnika, regulatora elektronicznego typu PID, wzmacniacza elektronicznego oraz miernika tachometrycznego prędkości obrotowej. Schemat blokowy układu z zaznaczeniem transmitancji poszczególnych bloków oraz sygnałów występujących w tym układzie przedstawiono na rys. 1.



Rys. 1 Schemat blokowy układu regulacji prędkości obrotowej silnika.

Znaczenie poszczególnych bloków układu oraz występujących w nim wielkości omówione zostanie na podstawie uproszczonego schematu oraz w dalszej części instrukcji. Schemat uproszczony układu przedstawiono na rys. 2.



Rys. 2 Uproszczony schemat blokowy układu pomiarowego.

Zadaną wartość prędkości obrotowej silnika ustala się położeniem potencjometru zadajnika. Napięcie wyjściowe z zadajnika U_z porównywane jest w sumatorze z napięciem prądniczki tachometrycznej U_{pT} odwzorowującym faktyczną w danej chwili prędkość obrotową wału silnika ω . Zadaniem regulatora jest zmienianie sygnału wejściowego obiektu regulacji silnika tak, aby prędkość rzeczywista jak najmniej różniła się od prędkości zadanej, tzn. aby uchyb prędkości i odpowiadający mu uchyb regulacji ε były jak najmniejsze. Sygnał wyjściowy z regulatora U_R doprowadzony jest do silnika poprzez wzmacniacz. Napięcie wyjściowe wzmacniacza U_w pomniejszone o spadek napięcia na rezystancji wewnętrznej zasilacza $I_s R_z$ jest napięciem U_s doprowadzonym bezpośrednio do uzwojenia wirnika silnika. Wymuszeniem zakłócającym z jest zmienne obciążenie silnika wynikające ze zmiennego obciążenia prądnicy hamowniczej sprzęgniętej z silnikiem. Poniżej omówiono nieco dokładniej poszczególne bloki układu z rys. 2 łącznie z wyznaczeniem ich transmitancji.

1. Regulator: Zastosowany w układzie regulator umożliwia działanie proporcjonalne, całkujące, proporcjonalno-całkujące, proporcjonalno-różniczkujące oraz proporcjonalno-całkująco-różniczkujące. Dla struktury idealnej typu PID ogólna zależność na transmitancję operatorową $G(p)$ regulatora wyraża się wzorem

$$G(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I p} + T_D p \right), \quad (1)$$

gdzie: K_p – współczynnik wzmocnienia regulatora; T_I – czas całkowania (czas zdwojenia); T_D – czas różniczkowania (czas wyprzedzenia). Dla regulatora rzeczywistego wykorzystywanego w badanym układzie mamy

$$G_R(p) = \frac{U_R(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{R_p}{R} \left(1 + \frac{1}{R_I C_I p} + \frac{R_D C_D p}{1 + R_I C_D p} \right). \quad (2)$$

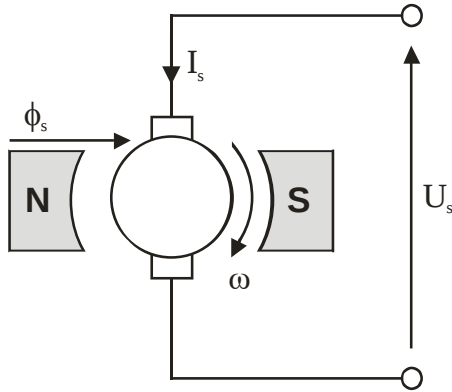
Zmiany wartości elementów R_p , C_I oraz R_D odpowiednimi pokrętłami wpływają odpowiednio na wzmocnienie struktury proporcjonalnej, czas zdwojenia struktury całkującej oraz czas wyprzedzenia struktury różniczkującej, przez co można wybierać odpowiednie nastawy regulatora. Dla struktury proporcjonalnej P (w liniowym zakresie pracy) transmitancję regulatora wyznaczyć można doświadczalnie z charakterystyki statycznej regulatora $U_R = f(\varepsilon)$ według zależności

$$G_R(p) = \frac{U_R(p)}{\varepsilon(p)} = K_p. \quad (3)$$

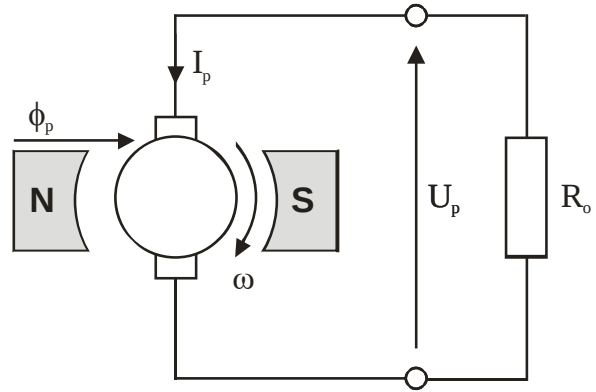
2. Wzmacniacz: Zastosowany w układzie wzmacniacz elektroniczny umożliwia dostarczenie odpowiedniej mocy do zasilania wirnika silnika dzięki energii z pomocniczego źródła zasilania, którym jest zasilacz impulsowy. Sygnałem wejściowym wzmacniacza jest napięcie wyjściowe regulatora U_R , natomiast za sygnał wyjściowy (ze względu na niewielki spadek napięcia $I_s R_z$ na rezystancji wewnętrznej zasilacza) przyjmujemy mierzone w układzie napięcie silnika U_s . Transmitancja wzmacniacza w zakresie pracy liniowej ma postać

$$G_w(p) = \frac{U_s(p)}{U_R(p)} = K_w. \quad (4)$$

3. Silnik: W układzie zastosowany został elektryczny silnik komutatorowy prądu stałego z magnesami trwałymi sterowany przez zmianę prądu doprowadzanego do wirnika. Magnesy trwałe stojana silnika wytwarzają stały strumień magnetyczny ϕ_s (rys. 3).



Rys. 3 Sprzężenie magnetyczne między polem stojana i wirnika silnika.



Rys. 4 Sprzężenie magnetyczne między polem stojana i wirnika prądnicy hamowniczej.

Ponieważ z silnikiem sprzęgnięty jest wirnik prądnicy hamowniczej, równanie ruchu obrotowego wirnika silnika ma postać

$$M_s = B_s \frac{d\omega}{dt} + M_{obc}, \quad (5)$$

gdzie: ω – prędkość kątowna wirnika silnika; M_s – moment napędowy silnika; B_s – moment bezwładności wirnika silnika; M_{obc} – moment obciążenia. Moment napędowy wytwarzany przez silnik prądu stałego z magnesami trwałymi określa wzór

$$M_s = c_s \phi_s I_s, \quad (6)$$

gdzie: c_s – stała silnika; I_s – prąd wirnika silnika. Prąd I_s można wyznaczyć z równania napięć w obwodzie wirnika (rys. 3)

$$U_s = I_s R_s + c_s \phi_s \omega, \quad (7)$$

gdzie: R_s – rezystancja wirnika silnika (sumaryczna rezystancja wirnika silnika plus rezystancja przewodów doprowadzających). Zatem moment napędowy silnika jest równy

$$M_s = c_s \phi_s \frac{U_s - c_s \phi_s \omega}{R_s}. \quad (8)$$

Równania napięć (7) dla dwóch różnych prędkości kątowych ω_1 i ω_2 ($\omega_1 \neq \omega_2$) tworzą układ dwóch równań liniowych

$$\begin{cases} U_{s1} = I_{s1} R_s + c_s \phi_s \omega_1 \\ U_{s2} = I_{s2} R_s + c_s \phi_s \omega_2 \end{cases}, \quad (9)$$

przy czym wartości U_{s1} , I_{s1} oraz U_{s2} , I_{s2} odpowiadają wartościom napięć i prądów odpowiednio dla prędkości kątowych ω_1 i ω_2 . Z powyższego układu równań wyznaczyć można jednoznacznie nieznanne wartości R_s i $c_s \phi_s$.

Moment obciążenia jest równy

$$M_{obc} = B_p \frac{d\omega}{dt} + c_p \phi_p I_p, \quad (10)$$

gdzie: B_p – moment bezwładności wirnika prądnicy; c_p – stała prądnicy; ϕ_p – strumień wzbudzenia prądnicy; I_p – prąd z uzwojeniu wirnika prądnicy. Prąd wirnika prądnicy wyznaczyć można z równania napięć w obwodzie wirnika prądnicy (rys. 4)

$$U_p = E_p - I_p R_p = I_p R_o, \quad (11)$$

gdzie: U_p – napięcie na zaciskach prądnicy; E_p – SEM prądnicy ($E_p = c_p \phi_p \omega$); R_p – oporność wirnika prądnicy; R_o – oporność obciążenia prądnicy. Pomijając spadek napięcia $I_p R_p$ na oporności wirnika prądnicy można napisać, że

$$I_p \approx \frac{E_p}{R_o} = \frac{c_p \phi_p \omega}{R_o}, \quad (12)$$

a zatem moment obciążenia wynosi w przybliżeniu

$$M_{obc.} = B_p \frac{d\omega}{dt} + \frac{c_p^2 \phi_p^2}{R_o} \omega. \quad (13)$$

Na podstawie równania (11) możemy wyznaczyć oporność obciążenia R_o z zależności

$$R_o = \frac{U_p}{I_p}, \quad (14)$$

natomiast na podstawie równania (12) możemy wyznaczyć stałą prądnicy $c_p \phi_p$ następująco:

$$c_p \phi_p = \frac{U_p}{\omega}. \quad (15)$$

Podstawiając (8) i (13) do równania (5) otrzymujemy kolejno

$$\frac{c_s \phi_s}{R_s} U_s - \frac{c_s^2 \phi_s^2}{R_s} \omega = B_s \frac{d\omega}{dt} + B_p \frac{d\omega}{dt} + \frac{c_p^2 \phi_p^2}{R_o} \omega, \quad (16)$$

$$\frac{c_s \phi_s}{R_s} U_s = (B_s + B_p) p \omega + \frac{c_s^2 \phi_s^2}{R_s} \omega + \frac{c_p^2 \phi_p^2}{R_o} \omega, \quad (17)$$

$$c_s \phi_s U_s = (B_s + B_p) R_s p \omega + \left(c_s^2 \phi_s^2 + \frac{R_s}{R_o} c_p^2 \phi_p^2 \right) \omega, \quad (18)$$

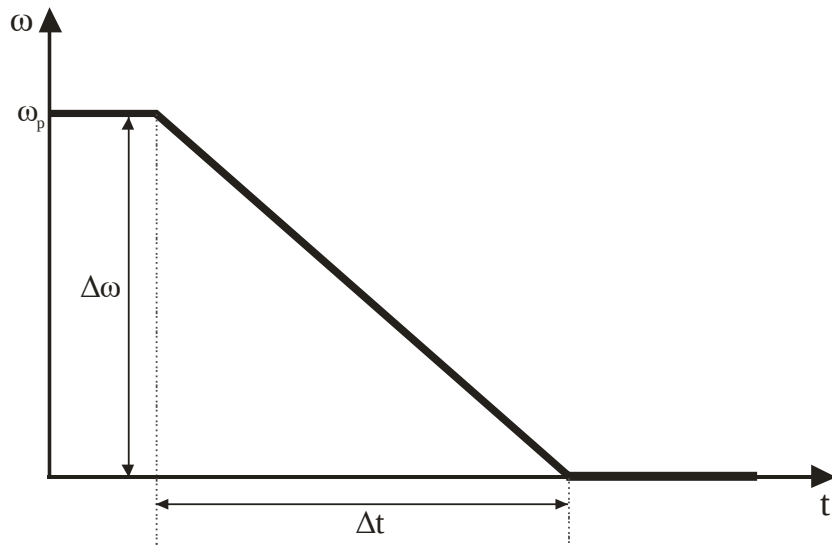
$$\frac{1}{c_s \phi_s \left(1 + \frac{R_s}{R_o} \left(\frac{c_p \phi_p}{c_s \phi_s} \right)^2 \right)} U_s = \frac{(B_s + B_p) R_s}{c_s^2 \phi_s^2 \left(1 + \frac{R_s}{R_o} \left(\frac{c_p \phi_p}{c_s \phi_s} \right)^2 \right)} p \omega + \omega. \quad (19)$$

Sumaryczny moment bezwładności $B = B_s + B_p$, w którego skład wchodzi głównie moment bezwładności wirnika silnika B_s , moment bezwładności wirnika prądnicy hamowniczej B_p , ale i również momenty bezwładności sprzęgła sprzęgającego oba wirniki, wirnika prądniczki tachometrycznej i elementów łożysk, wyznaczyć można metodą wybiegu z zależności

$$M_s - M_o = B \frac{d\omega}{dt}. \quad (20)$$

Ruch wału silnika odbywa się w wyniku działania przeciwnie skierowanych momentów napędowego silnika M_s i oporowego M_o . Przy nieobciążonej prądnicy hamowniczej nie występuje moment M_p wynikający z przepływu przez wirnik prądnicy prądu elektrycznego, występuje jedynie moment biegu jałowego M_j , na który składają się głównie momenty wynikające z tarcia w łożyskach i na szczotkach

komutatorów prądnicy hamowniczej i silnika. Rys. 5 przedstawia przebieg czasowy prędkości obrotowej wału silnika nieobciążonego pozbawionego w pewnej chwili zasilania, czyli wybieg swobodny silnika.



Rys. 5 Przebieg czasowy prędkości obrotowej wirnika silnika podczas wybiegu swobodnego.

Po rozpędzeniu silnika i wyłączeniu zasilania ruch wału silnika odbywa się zgodnie z zależnością

$$-M_{sj} = B \frac{d\omega}{dt}, \quad (21)$$

gdzie: $M_{sj} = c_s \phi_s I_{sj}$; I_{sj} – prąd silnika biegu jałowego. Stały praktycznie w danym przypadku moment oporowy potwierdza liniowo opadająca charakterystyka wybiegu silnika. Mierząc nachylenie

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad (22)$$

zarejestrowanego na oscyloskopie przebiegu napięcia prądniczki tachometrycznej U_{pT} odwzorowującego prędkość kątową ω , moment bezwładności B wyznaczyć można według zależności

$$B = -\frac{c_s \phi_s I_{sj} \Delta t}{\Delta\omega}. \quad (23)$$

Przyjmując w (19) $B_s + B_p = B$ oraz $K_s = \frac{1}{c_s \phi_s \left(1 + \frac{R_s}{R_o} \left(\frac{c_p \phi_p}{c_s \phi_s} \right)^2 \right)}$ i $T_s = \frac{B R_s}{c_s^2 \phi_s^2 \left(1 + \frac{R_s}{R_o} \left(\frac{c_p \phi_p}{c_s \phi_s} \right)^2 \right)}$,

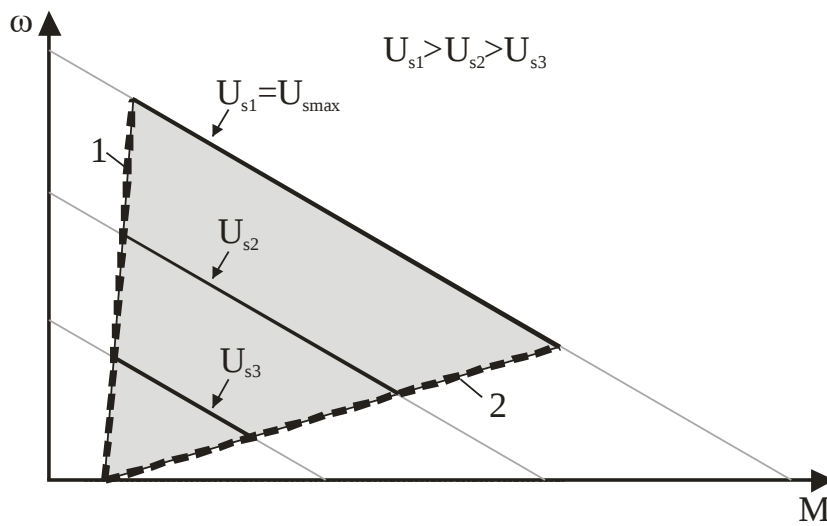
otrzymamy równanie

$$K_s U_s = (T_s p + 1) \omega. \quad (24)$$

Stąd transmitancja silnika ma postać

$$G_s(p) = \frac{\omega(p)}{U_s(p)} = \frac{K_s}{T_s p + 1}. \quad (25)$$

Charakterystyki mechaniczne silnika: Rys. 6 przedstawia charakterystyki mechaniczne silnika, czyli zależności prędkości kątowej silnika ω od momentu obrotowego silnika M_s dla różnych, ale ustalonych wartości napięcia zasilania $U_s = \text{const}$.



Rys. 6 Charakterystyki mechaniczne silnika dla różnych wartości napięcia silnika.

Prąd silnika I_s zmienia się wraz ze zmianą momentu oporowego na wale silnika. Moment na wale silnika można wyznaczyć z prądu silnika na podstawie zależności

$$M_s = c_s \phi_s I_s. \quad (26)$$

Przy biegu jałowym silnik napędzający pokonuje jedynie moment oporowy biegu jałowego wirujących elementów układu ($M_{sj} = c_s \phi_s I_{sj}$). Niewielkie różnice prądu silnika I_{sj} podczas biegu jałowego dla różnych napięć U_s zasilających silnik i prędkości kątowych ω pozwalają sądzić, że moment oporowy biegu jałowego M_{sj} jest praktycznie stały (krzywa 1 biegu jałowego na rys. 6). Składają się na niego głównie opory tarcia w łożyskach i na szczotkach komutatorów sprzęgniętych maszyn. Z kolei przy załączonym obciążeniu prądnicy hamowniczej (załączonych rezystorach obciążających) moment oporowy wyraźnie zależy od napięcia zasilania silnika U_s i prędkości kątowej ω (np. krzywa 2 obciążenia na rys. 6).

Zakres pracy układu na polu charakterystyk mechanicznych z rys. 6 ograniczony jest z lewej strony krzywą obciążenia biegu jałowego (krzywa 1), z prawej strony krzywą obciążenia maksymalnego (krzywa 2) oraz od góry maksymalnym napięciem U_{smax} doprowadzanym do silnika. Wszystkie krzywe obciążenia przecinają się w jednym punkcie o współrzędnych $(M, \omega) = (M_{sj0}, 0)$, przy czym moment obrotowy M_{sj0} jest minimalnym momentem, jaki trzeba przyłożyć, aby nastąpił ruch układu (odpowiadający mu prąd silnika jest równy $I_{sj0} = M_{sj0} / c_s \phi_s$). Punkt ten praktycznie nie zależy od oporności obciążenia prądnicy, gdyż moment oporowy pochodzący od prądnicy hamowniczej pojawia się dopiero dla prędkości ω większych od zera.

4. Miernik prędkości obrotowej: Miernik prędkości (prądniczka tachometryczna) wytwarza napięcie U_{PT} proporcjonalne do prędkości kątowej ω . Zachodzi przy tym zależność

$$U_{PT} = K_{PT} \omega, \quad (27)$$

gdzie: K_{PT} – stała prądniczki tachometrycznej. Transmitancja prądniczki jest równa

$$G_{PT}(p) = \frac{U_{PT}(p)}{\omega(p)} = K_{PT}. \quad (28)$$

Transmitancja układu otwartego i zamkniętego

Zgodnie ze schematem układu pomiarowego przedstawionego na rys. 2 transmitancja układu otwartego $G_{\text{otw.}}(p)$ ma postać

$$G_{\text{otw.}}(p) = G_R(p)G_W(p)G_s(p). \quad (29)$$

Transmitancja układu zamkniętego $G_{\text{zamk.}}(p)$ ma natomiast postać

$$G_{\text{zamk.}}(p) = \frac{G_R(p)G_W(p)G_s(p)}{1 + G_R(p)G_W(p)G_s(p)G_{PT}(p)}. \quad (30)$$

Podstawiając do powyższych wzorów wyznaczone wcześniej transmitancje poszczególnych członów układu pomiarowego otrzymamy następujące zależności na transmitancje układu otwartego i zamkniętego:

$$G_{\text{otw.}}(p) = \frac{K_P K_W K_s}{T_s p + 1}, \quad (31)$$

$$G_{\text{zamk.}}(p) = \frac{K_P K_W K_s}{T_s p + K_P K_W K_s K_{PT} + 1}. \quad (32)$$

Porównanie działania układu dla różnych struktur regulatora

Wielkością wejściową regulatora jest uchyb regulacji, natomiast wielkością wyjściową jest sygnał działający na obiekt regulacji. Podziału regulatorów dokonać można w różny sposób, w zależności od przyjętego kryterium podziału. Zasadniczym kryterium klasyfikacji regulatorów są ich własności dynamiczne, a więc sposób przetwarzania uchybu regulacji na wielkość działającą na obiekt regulacji. Według tego kryterium scharakteryzujemy krótko podstawowe rodzaje idealnych i rzeczywistych regulatorów liniowych o działaniu ciągłym.

Regulator P daje regulację statyczną, a więc nie sprowadza do zera uchybu regulacji wywołanego trwałymi zakłóceniami. Stosowany jest do obiektów prostych o niewielkim opóźnieniu i w miarę stałym obciążeniu.

Regulator I sprowadza uchyb regulacji do zera, czyli daje regulację astatyczną. Ma silniejsze tendencje do niestateczności niż regulator P, a z obiektami astatycznymi daje układy niestateczne. Jest stosowany do obiektów statycznych o powolnych zmianach obciążenia.

Regulator PI daje regulację astatyczną; działa dobrze przy powolnych zakłóceniach. Im większe wzmocnienie struktury P, a i im krótszy czas całkowania struktury I, tym dokładniej i szybciej działa regulator, jest jednak wówczas bliższy niestabilności. Stosowany jest do obiektów z większym opóźnieniem i znaczniejszymi, ale powolnymi zmianami obciążenia.

Regulator PD daje regulację statyczną. Działanie różniczkujące powoduje szybką interwencję regulatora w przypadku pojawiającego się zakłócenia. Działa skuteczniej w przypadku zakłóceń szybkich i zapewnia lepszą regulację w zakresie szerszego pasma częstości zakłóceń niż regulator PI. Jest stosowany do regulacji obiektów o większych opóźnieniach, ale małych i szybkich zakłóceniach.

Regulator PID daje regulację astatyczną i zwiększa stateczność pracy układu. Można stosować krótsze czasy całkowania niż przy regulacji PI bez obawy powstania oscylacji. Można więc szybciej likwidować wpływ zakłóceń o charakterze trwałym (np. zmiany obciążenia obiektu). Jest stosowany do obiektów o dużych i gwałtownych zmianach obciążenia.

Przebieg ćwiczenia

1. Wyznaczyć transmitancję regulatora dla struktury proporcjonalnej P.
2. Wyznaczyć transmitancję wzmacniacza elektronicznego.
3. Wyznaczyć transmitancję i charakterystyki mechaniczne silnika.
4. Wyznaczyć transmitancję miernika prędkości obrotowej.
5. Wyznaczyć transmitancję całego układu (otwartego i zamkniętego).
6. Porównać działanie układu otwartego i zamkniętego dla różnych struktur regulatora (P, I, PI, PD oraz PID) oraz zarejestrować odpowiednie zmiany wielkości regulowanej i uchybu regulacji jako odpowiedzi na skokowy wzrost obciążenia.
7. Sporządzić wnioski z przeprowadzonego ćwiczenia.

Literatura

1. *Podstawy Automatyki – Teoria i Przykłady*. J. Awrejcewicz, W. Wodzicki. Wydawnictwo PŁ, Łódź 2001.
2. *Zbiór Zadań z Podstaw Automatyki*. Praca zbiorowa pod red. M. Roszkowskiego. Wydawnictwo PŁ, Łódź 1988.
3. *Laboratorium Teorii Maszyn, Drgań Mechanicznych i Podstaw Automatyki*. Praca zbiorowa pod red. M. Roszkowskiego. Wydawnictwo PŁ, Łódź 1988.