



**KATEDRA AUTOMATYKI,  
BIOMECHANIKI  
I MECHATRONIKI**



**Laboratorium**  
**Mechaniki technicznej**

**Ćwiczenie 2**

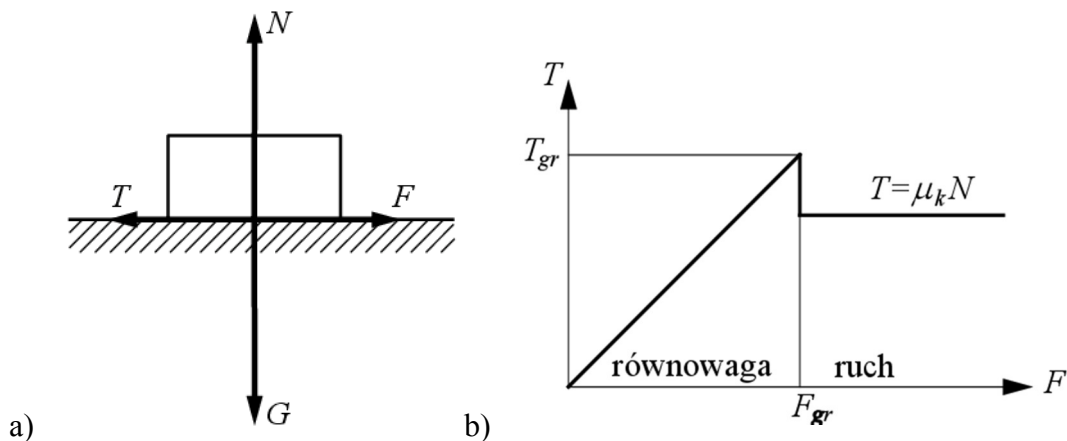
Badanie współczynników tarcia suchego

## Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest badanie współczynników tarcia suchego – statycznego i kinetycznego - występujących pomiędzy różnymi rodzajami materiałów.

## 1 Wstęp teoretyczny

Tarcie jest zjawiskiem występującym powszechnie wszędzie tam, gdzie mamy do czynienia z ruchem ciał [1]. Siła tarcia jest skierowana stycznie do powierzchni stykających się ciał i przeciwdziała ich ruchowi względnemu. Z jednej strony jest zjawiskiem niepożądanym, ponieważ powoduje opory ruchu i stratę energii zamienianą w ciepło, a z drugiej strony umożliwia wykonywanie tak podstawowych czynności jak chodzenie czy przemieszczanie się pojazdów. Tarcie zależy od wielu czynników, m.in. rodzaju stykających się ciał, stanu powierzchni styku (np. środków smarnych, zanieczyszczeń, gładkości), a także od wilgotności, temperatury oraz od prędkości względnej poruszających się ciał [1].



Rysunek 1. Układ sił działających na ciało (a) i zależność wartości siły tarcia suchego od narastającej wartości siły  $F$  (b).

Tarcie jest zjawiskiem złożonym i istnieje wiele modeli matematycznych próbujących je opisać [1-2]. W dalszej części przedstawiono jeden z bardziej podstawowych i powszechnie stosowanych modeli opisujących zjawisko tarcia suchego (tj. przy braku innych ciał obcych, np. środka smarnego lub wody), będący wynikiem wielu badań doświadczalnych i spostrzeżeń dokonanych przez Leonardo da Vinci (1452-1519), Guillaume Amontonsa (1663-1705), Leonarda Eulera (1707-1783), Charlesa Coulomba (1736-1806), a także przez Arthura J. Morina (1795-1880).

Na rysunku 1 przedstawiono ciało spoczywające na płaskiej powierzchni, do którego przyłożona jest powoli narastająca pozioma siła  $F$ . Przeciwdziała jej siła tarcia  $T$  – równa i przeciwnie skierowana do siły  $F$ . W początkowej fazie, gdy  $F \leq F_{gr} = T_{gr}$ , nie powoduje ona ruchu (strefa tarcia statycznego na rysunku). Dla tej fazy można zapisać

$$T \leq \mu_s N, \quad (1)$$

gdzie  $T$  jest siłą tarcia podczas spoczynku,  $\mu_s$  jest współczynnikiem tarcia statycznego,  $N$  jest składową normalną reakcji podłoża,  $\mu_s N = T_{gr}$  jest graniczną wartością tarcia (tarcie rozwinęty).

Po przekroczeniu przez siłę  $F$  wartości granicznej  $F_{gr}$  następuje ruch, a siła tarcia najczęściej się zmniejsza i jest przeciwna do ruchu względnego stykających się powierzchni. Dla małych prędkości poślizgu zachodzi wtedy zależność

$$T = \mu_k N, \quad (2)$$

gdzie  $T$  jest siłą tarcia podczas ruchu, a  $\mu_k$  jest współczynnikiem tarcia kinetycznego (zwykle  $\mu_k < \mu_s$ ).

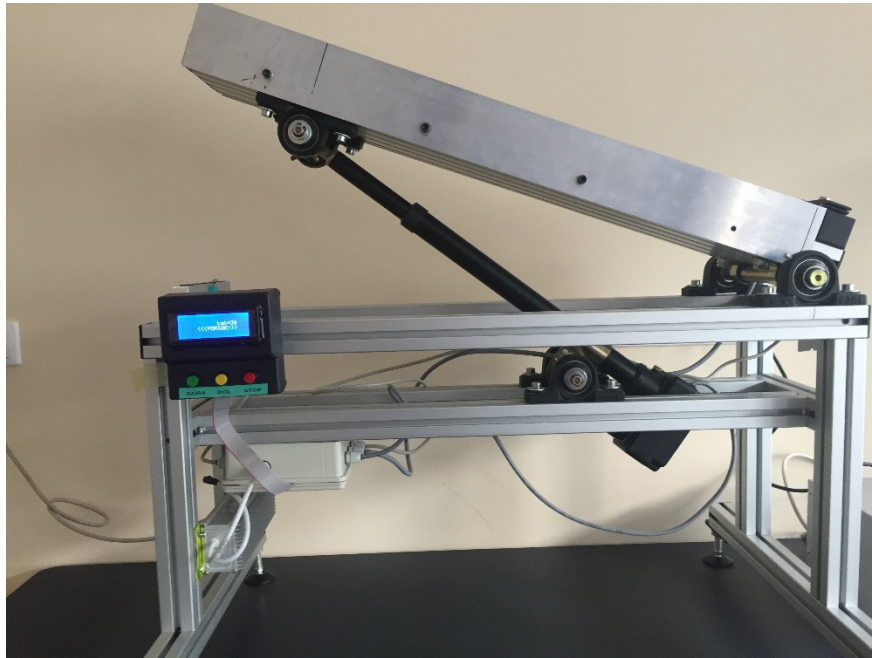
Zarówno w części statycznej (1), jak i kinetycznej (2) przedstawionego modelu, siła tarcia nie zależy od wielkości stykających się powierzchni. Siła tarcia nie zależy również od prędkości względnej stykających się ciał.

## 2 Stanowisko laboratoryjne

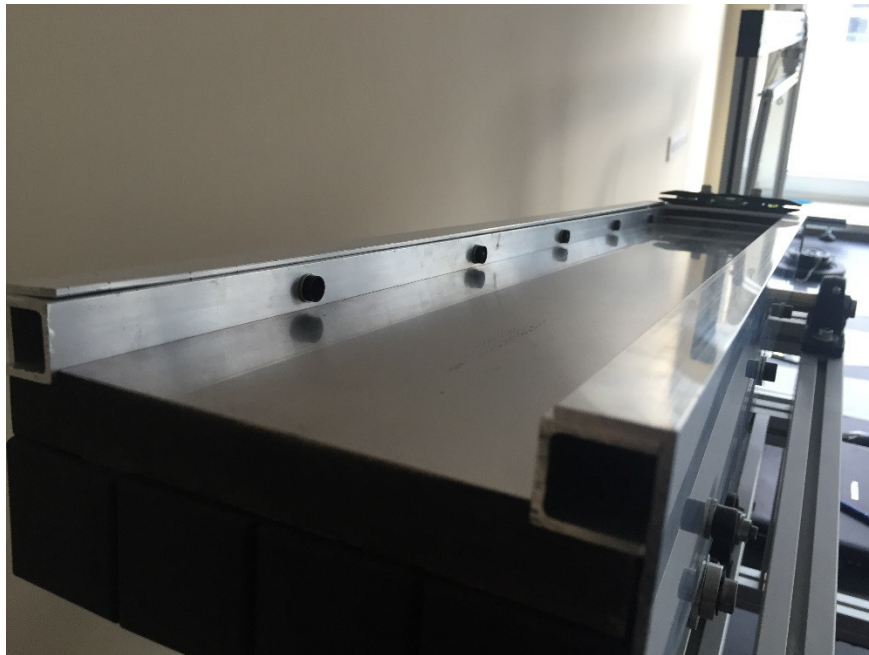
Stanowisko laboratoryjne stanowi równia pochyła o regulowanym kącie nachylenia przedstawiona na rysunku 2. Kąt ten jest zmieniany przy pomocy siłownika elektrycznego, a sterowanie odbywa się przy użyciu programu komputerowego. Po równi zsuwa się klocek, który aktywuje kolejne czujniki na swej drodze, przekazując informacje o swoim położeniu. Badane są współczynniki tarcia między klockiem i płytą ślizgową.

Badana próbka, w formie klocka, umieszczana jest na końcu równi, w minimalnej odległości powyżej pierwszego czujnika położenia i przy użyciu panelu z przyciskami uruchamiane jest stanowisko. Jest ono wyposażone w mikrokontroler ATmega 16, do którego podłączone zostały wszystkie czujniki oraz przyciski. Równią można sterować za pomocą trzech przycisków (górze, dół oraz stop)

Mikrokontroler po otrzymaniu sygnału z przycisku steruje przy użyciu mostka sterującego silnikiem prądu stałego napędzającym śrubę siłownika. Silnik wyposażony jest również w czujnik dostarczający określoną liczbę impulsów na jednostkę długości wychylenia siłownika. Mikrokontroler odczytuje informację o liczbie impulsów i po odpowiednich przekształceniach dostarcza informację o aktualnym kącie nachylenia równi. Równia podnosi się dotąd, gdy pierwszy z czujników wykryje obecność próbki pomiarowej (początek jej ruchu), po czym następuje zatrzymanie silnika. Wzdłuż długości równi rozmieszczone zostało pięć czujników obecności próbki. Są to fotodiody oraz fototranzystory umieszczone po przeciwnych stronach równi. Próbka przecinając wiązkę światła łączy fototranzystor i na tej podstawie mikrokontroler wykrywa obecność próbki w danym miejscu równi oraz informuje o czasie, w jakim próbka przebyła drogę pomiędzy kolejnymi czujnikami. Wszystkie informacje z mikrokontrolera wyświetlane są na wyświetlaczu umieszczonym w panelu sterującym stanowiska.



a)

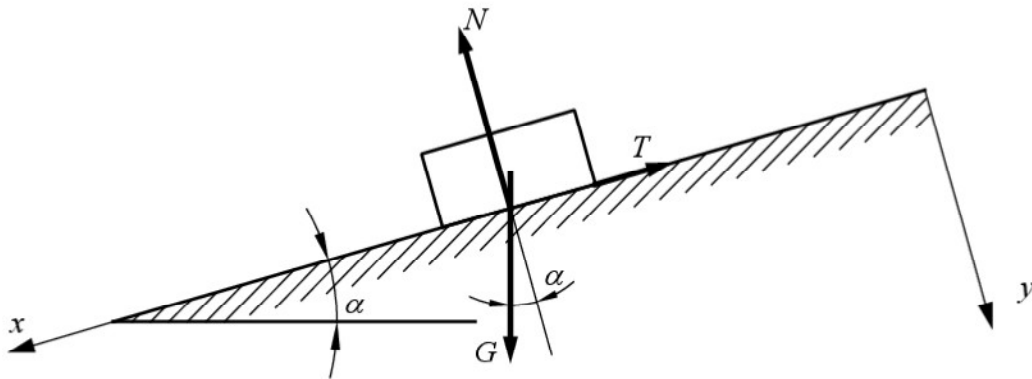


b)

Rysunek 2. Widok stanowiska laboratoryjnego (a) i jego płyta ślizgowa (b)

## 2.1 Wyznaczanie współczynnika tarcia statycznego

Współczynnik tarcia statycznego jest wyznaczany na podstawie równowagi granicznej klocka na równi pochyłej. Zatem poszukiwany jest kąt, dla którego próbka zacznie się zsuwać.



Rysunek 3. Równowaga próbki na równi pochyłej

Na rysunku 3 przedstawiona jest próbka spoczywająca na równi o kącie pochylenia  $\alpha$  wraz z siłami na nią działającymi: siłą ciężkości  $G$ , składową normalną reakcji  $N$  oraz składową styczną, czyli siłą tarcia  $T = T_{gr}$  (rozpatrujemy przypadek tarcia granicznego). Można zapisać równania równowagi klocka, rzutując wszystkie siły na niego działające na dwa kierunki (odpowiednio  $x$  i  $y$ ) i przyrównując wyniki tego rzutowania do zera:

$$G \sin \alpha - T = 0, \quad (4)$$

$$N - G \cos \alpha = 0. \quad (5)$$

Trzecim równaniem w równowadze granicznej jest zależność

$$T = \mu_s N. \quad (6)$$

Z równania (6) wyznaczamy współczynnik tarcia, a następnie uwzględniamy w nim siły  $T$  i  $N$  obliczone odpowiednio z równań (4) i (5):

$$\mu_s = \frac{T}{N} = \frac{G \sin \alpha}{G \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha \quad (7)$$

Z równania (7) wynika, że współczynnik tarcia statycznego jest równy tangensowi kąta nachylenia równi w chwili rozpoczęcia ruchu. Początek ruchu jest wykrywany przez czujnik. Kąt nie jest mierzony bezpośrednio, lecz obliczany na podstawie aktualnej długości siłownika.

## 2.2 Wyznaczanie współczynnika tarcia kinetycznego

W chwili wykrycia rozpoczęcia ruchu równia zatrzymuje się, a próbka zsuwa się (o ile współczynnik tarcia kinetycznego jest odpowiednio mniejszy w każdym miejscu równi). Badając ruch zsuwającej się próbki wyznaczany jest średni współczynnik tarcia kinetycznego.

Równania (4-5) przyjmują postać odpowiednią dla równań dynamiki (II prawo Newtona):

$$m g \sin \alpha - T = m a, \quad (8)$$

$$N - m g \cos \alpha = 0, \quad (9)$$

gdzie  $m$  jest masą próbki, natomiast  $a$  jest jej przyspieszeniem wzdłuż równi. W równaniach (8-9) uwzględniono również, że ciężar próbki  $G=mg$ , gdzie  $g$  jest przyspieszeniem ziemskim. Uzupełnieniem równań (8-9) jest zależność (2). Równanie (8) po uwzględnieniu zależności (2) (podstawienie siły tarcia  $T$ ) oraz równania (9) (podstawienie siły nacisku  $N$ ) przyjmuje postać:

$$mgsin\alpha - \mu_k mgcos\alpha = ma, \quad (10)$$

skąd wyznaczamy kinetyczny współczynnik tarcia:

$$\mu_k = \frac{gsin\alpha - a}{gcos\alpha} \quad (11)$$

lub

$$\mu_k = tg\alpha - \frac{a}{gcos\alpha}. \quad (12)$$

W równaniu (12) brakującą niewiadomą jest przyspieszenie  $a$ . W ogólności może ono zmieniać się w czasie i współczynnik tarcia również może zmieniać się w czasie. W doświadczeniu zakłada się jednak, że podczas całego procesu zjazdu próbki z równi jest ono stałe. Można to również interpretować tak, że przyjmujemy pewien rodzaj średniej wartości przyspieszenia i obliczamy na tej podstawie również średnią wartość współczynnika tarcia. Dla stałej wartości przyspieszenia  $a$  droga próbki wynosi:

$$s = \frac{at^2}{2}, \quad (13)$$

skąd wyznaczamy przyspieszenie

$$a = \frac{2s}{t^2}. \quad (14)$$

Uwzględniając zależność (14) w równaniu (12) otrzymuje się

$$\mu_k = tg\alpha - \frac{2s}{t^2 gcos\alpha}. \quad (15)$$

Równanie (15) pozwala na wyznaczenie kinetycznego współczynnika tarcia, jeśli znany jest kąt pochylenia równi  $\alpha$ , droga  $s$  oraz czas  $t$  jej przebycia.

### 3 Przebieg ćwiczenia

Przed każdym ćwiczeniem należy upewnić się, że stanowisko jest odpowiednio przygotowane. Powierzchnie trącą każdej próbki oraz płytę ślizgową należy przetrzeć szmatką nasączoną alkoholem lub benzyną ekstrakcyjną, aby były czyste i odtłuszczone. Trzeba upewnić się, że konstrukcja jest dobrze wypoziomowana, obserwując wskazania poziomicy i w razie potrzeby wypoziomować ją pokręcając odpowiednio nóżkami regulacyjnymi.

Kolejnym etapem jest uruchomienie programu znajdującego się na pulpicie sterującym stanowiska laboratoryjnego w obecności prowadzącego ćwiczenie i prowadzenie pomiarów zgodnie z jego instrukcjami.

Sprawozdanie powinno zawierać:

- Uzupełnioną tabelę pomiarową (materiały, kąt równi, droga czas przejazdu, współczynniki tarcia  $\mu_s$  i  $\mu_k$ ).
- Sprawdzenie jednostek
- Własne spostrzeżenia i wnioski.

#### **4 Wymagania wstępne**

Od studentów przystępujących do ćwiczenia wymagana jest znajomość informacji zawartych w rozdziale 1 i 2 bieżącej instrukcji.

Przykładowe tematy kontrolne:

- Zdefiniować tarcie i podać model tarcia suchego (da Vinci-Amontonsa-Eulera-Coulomba).
- Rozkład sił działających na ciało na równi pochyłej.
- Opisać sposób wyznaczania współczynnika tarcia statycznego metodą równi pochyłej (sporządzić rysunki, rozkłady sił, zapisać równania równowagi i wyprowadzić wzór końcowy)
- Opisać sposób wyznaczania współczynnika tarcia kinetycznego (sporządzić rysunki, rozkłady sił, zapisać równania równowagi i wyprowadzić wzór końcowy)

#### **Literatura**

1. Awrejcewicz J.: Mechanika. WNT, Warszawa 2007.
2. Brodny J.: Górnictwo i geologia. Modelowanie tarcia w układach mechanicznych. Tom 5, zeszyt 2. Politechnika Śląska, Gliwice 2010. Dostępny w Internecie: [http://www.polsl.pl/Wydzialy/RG/Wydawnictwa/Documents/kwartal/5\\_2\\_1.pdf](http://www.polsl.pl/Wydzialy/RG/Wydawnictwa/Documents/kwartal/5_2_1.pdf)